

Glaucos Ottone Cardoso de Abreu

**A prática de Modelagem Matemática como um
cenário de investigação na formação continuada
de Professores de Matemática**

OURO PRETO

2011

Glaucos Ottone Cardoso de Abreu

**A prática de Modelagem Matemática como um
cenário de investigação na formação continuada
de Professores de Matemática**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora,
como exigência parcial à obtenção do Título de
Mestre em Educação Matemática pelo Mestrado
Profissional em Educação Matemática da
Universidade Federal de Ouro Preto, sob
orientação do Prof. Dr. Frederico da Silva Reis.

OURO PRETO

2011

A162p

Abreu, Glaucos Ottone Cardoso de.

A prática de modelagem matemática como um cenário de investigação na formação continuada de professores de matemática [manuscrito] / Glaucos Ottone Cardoso de Abreu – 2011.

102 f.: il.; graf.; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

1. Matemática - Estudo e ensino - Teses. 2. Modelagem matemática - Teses. 3. Educação - Informática - Teses. 4. Ensino superior - Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto. II. Título.

CDU: 519.67:378.147

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação Matemática**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**A prática de Modelagem Matemática como um
cenário de investigação na formação continuada
de Professores de Matemática**

Autor: Glaucos Ottone Cardoso de Abreu

Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação defendida por **Glaucos Ottone Cardoso de Abreu** e aprovada pela Comissão Examinadora.

Data: 10 de junho de 2011

Assinatura:.....

Orientador

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dionísio Burak (UNICENTRO/UEPG)

Prof^a. Dra. Regina Helena de Oliveira Lino Franchi (UFOP)

2011

À minha esposa Ângela, que esteve sempre ao meu lado nesta caminhada, demonstrando amor e compreensão.

Aos meus filhos Glaucos Júnior, Renato e André, que sempre me incentivaram e apoiaram nessa jornada.

AGRADECIMENTOS

Ao Deus Pai, Filho e Espírito Santo, por me amparar nos momentos difíceis, me dar força interior para superar as dificuldades, mostrar o caminho nas horas incertas e suprir todas as minhas necessidades para nunca desistir.

Aos professores Frederico e Regina, por terem cedido espaço em suas aulas para a realização de minha pesquisa.

Ao professor Dionísio Burak pelo seu legado em Modelagem Matemática numa perspectiva de Educação Matemática desafiadora.

Aos professores Regina Franchi e Dionísio Burak pela participação em minha banca.

À coordenadora do Mestrado, Ana Cristina, pelas conquistas que nos beneficiaram.

Ao professor Dale Bean, pelos primeiros contatos com Modelagem Matemática.

À professora Ana Paula Malheiros, por ter ministrado a disciplina Estudos Orientados: Projetos de Modelagem Matemática, proporcionando mais fundamentação teórica em nossa pesquisa.

A todos os professores do Mestrado que, de alguma forma, contribuíram para minha formação profissional.

Ao professor Frederico da Silva Reis, meu orientador, incentivador, mas acima de tudo, amigo e irmão em Cristo. Obrigado por todo tempo investido nesta minha caminhada.

A Aline, Thomas e Nicholas, por terem me hospedado e permitido ao amigo Fred orientar-me nas atividades do Mestrado.

Aos professores participantes da pesquisa, pelo empenho demonstrado em todas as atividades.

A todos os colegas, pelo companheirismo.

Aos amigos Mário e Walter, pela amizade construída nessa trajetória e, especialmente, a Walter que, além de amigo, foi um irmão em Cristo que muito me ensinou pelas atitudes.

Ao Pastor Rogério, grande amigo, pela compreensão de minhas ausências nas reuniões da igreja e também aos irmãos em Cristo Ricardo e Paulo, pelo apoio.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma pesquisa que aborda a prática de Modelagem Matemática como um cenário de investigação, na perspectiva da formação continuada de Professores de Matemática. Inicialmente, apresentamos algumas concepções de Modelagem Matemática, destacando algumas considerações para a prática docente, além de buscar relações com os cenários de investigação. Nossa metodologia de pesquisa contempla a elaboração e o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática relacionados aos preços de uma corrida de táxi e do combustível na bomba, implementados e avaliados por Professores de Matemática nos mais variados níveis de ensino, que cursaram uma disciplina de Modelagem Matemática no Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP, em 2010. As Considerações Finais do nosso trabalho apontam que o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática evidencia a importância do Professor de Matemática: conhecer diversas perspectivas de Modelagem Matemática; vivenciar experiências de Modelagem Matemática em sua formação para desenvolver atividades de Modelagem em sala de aula; refletir sobre o papel das aplicações da Matemática relacionadas a problemas da realidade; valorizar a pesquisa, o tratamento da informação e o trabalho em grupo em sua prática pedagógica; transformar sua sala de aula em um ambiente propício à investigação de temas relevantes para os alunos; e saber trabalhar com outras áreas do conhecimento e em ambientes educacionais informatizados.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática. Cenários de Investigação. Educação Matemática.

ABSTRACT

This paper presents a study focusing on the practice of Mathematical Modeling as a research scenario, in view of the continuing education of Mathematics Teachers. Firstly, some concepts of Mathematical Modeling, highlighting some considerations for teaching practice, in addition seek relationships with research scenario. Our research methodology involves the preparation and development of projects related to Mathematical Modeling prices of a taxi ride and the fuel pump, implemented and evaluated by Mathematics Teachers at various levels of education, who attended a course in Mathematical Modeling at Professional Masters in Mathematical Education of UFOP in 2010. The final considerations of our work indicate that the development of Mathematical Modeling projects demonstrates the importance of Mathematics Teacher: knowledge of various perspectives of Mathematical Modeling, gain experience of Mathematical Modeling in their training to develop modeling activities in the classroom, reflect on the role of applications of Mathematics to problems related to reality, enhancing research, data processing and teamwork in their work; transform your classroom into an environment conducive to research topics relevant to students, and how to work with other areas of knowledge and computerized educational environments.

KEYWORDS: Mathematical Modeling. Research Scenery. Mathematical Education.

LISTA DE FIGURAS, QUADROS E GRÁFICOS

Figura 1 – Proposta de Configuração da Educação Matemática	22
Quadro 1 – Matriz Nomotética da Modelagem	23
Quadro 2 – Ambientes de Aprendizagem.....	40
Quadro 3 – Casos de Modelagem	42
Gráfico 1 – Modelo Teórico	66
Gráfico 2 – Modelo Prático	67
Gráfico 3 – Táxi com Parada	69
Gráfico 4 – Táxi sem Parada.....	70
Gráfico 5 – Função Descontínua.....	71
Figura 2 – Posto de Gasolina	73
Quadro 4 – Consumo de Combustível	73
Quadro 5 – Álcool x Gasolina	76
Gráfico 6 – Álcool x Gasolina	77

SUMÁRIO

Introdução	12
Capítulo 1	
DOS PASTÉIS PARA A MODELAGEM: UM CAMINHO QUE CONTINUA A SER TRILHADO.....	14
1.1 Um breve histórico	14
1.2 Apresentando algumas concepções sobre Modelagem Matemática	18
1.3 Um pouco sobre a abordagem dos livros didáticos para o ensino de Funções	24
Capítulo 2	
A MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA E A CRIAÇÃO DE CENÁRIOS DE INVESTIGAÇÃO: REFLEXÕES SOBRE A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....	30
2.1 Retomando algumas concepções sobre Modelagem Matemática	30
2.2 “Nossa concepção” sobre Modelagem Matemática	38
2.3 A Modelagem Matemática na criação de cenários de investigação	39
2.4 A Modelagem Matemática e algumas recomendações para a formação continuada de professores: reflexões a partir de uma trajetória	43
Capítulo 3	
PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA INTERSEÇÃO ENTRE PROJETOS DE TRABALHO E MODELAGEM MATEMÁTICA	48
3.1 Um breve diálogo entre Projetos de Trabalho e Modelagem Matemática	48
3.2 As questões do Tema e dos Cenários para Investigação	52
3.3 As questões da Interdisciplinaridade e da Criatividade	53
3.4 Apresentando alguns Projetos de Modelagem Matemática	54
3.4.1 O preço de uma corrida de táxi.....	55
3.4.2 O preço do combustível na bomba	56

Capítulo 4**APRESENTANDO NOSSA PESQUISA EM SEU CONTEXTO57**

4.1 Retomando nossa Questão de Investigação	57
4.2 Retomando nossos Objetivos	57
4.3 Retomando nossa Metodologia de Pesquisa	58
4.4 Apresentando o contexto da pesquisa.....	59
4.5 Descrevendo os encontros com os professores participantes da pesquisa.....	60
4.6 Apresentando os relatórios dos grupos	63
4.6.1 Projeto: O preço de uma corrida de táxi	63
4.6.2 Projeto: O preço do combustível na bomba	72
4.7 Descrevendo os instrumentos metodológicos de pesquisa	78

Capítulo 5**ANALISANDO NOSSOS DADOS A PARTIR DOS QUESTIONÁRIOS E ENTREVISTAS.....81**

5.1 Ainda sobre a importância da Investigação Qualitativa	81
5.2 Analisando o Questionário Inicial.....	82
5.3 Analisando o Questionário Final.....	85
5.4 Analisando as Entrevistas	88

CONSIDERAÇÕES FINAIS92**Referências99**

Introdução

Apresentaremos aqui, a nossa questão de investigação, os objetivos da pesquisa e a descrição inicial da metodologia, os quais serão retomados e melhor detalhados oportunamente. A partir de nossos questionamentos e leituras, pudemos elaborar a seguinte questão de investigação que irá nortear esta pesquisa:

O que evidencia o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática na perspectiva da criação de cenários de investigação em sala de aula para a formação continuada de Professores de Matemática?

Tal questão de investigação situa-se na linha de pesquisa “Educação Matemática Superior, Informática Educacional e Modelagem Matemática”, desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

Como objetivos de nosso trabalho, podemos destacar:

- Apresentar / discutir a Modelagem Matemática e os Cenários de Investigação como tendências de pesquisas e práticas numa das perspectivas da Educação Matemática;
- Identificar contribuições da Modelagem Matemática para a formação continuada de Professores de Matemática a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a diversos conteúdos de Funções trabalhados no Ensino Fundamental.

Em linhas gerais, nossa Metodologia de Pesquisa contemplará:

- Pesquisa teórico-bibliográfica sobre Modelagem Matemática, Cenários de Investigação e Projetos de Trabalho, na perspectiva da Educação Matemática;
- Pesquisa de campo com Professores de Matemática dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior, a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a diversos conteúdos de Funções trabalhados no Ensino Fundamental.

As demais informações referentes à natureza da pesquisa, seus instrumentos de coleta e análise de dados serão delineadas oportunamente.

Nossa dissertação apresenta o Capítulo 1, no qual apresentamos um breve histórico de nossa formação e experiências discente e docente, além das ideias iniciais do nosso trabalho.

A seguir, partimos para o Capítulo 2, no qual tecemos algumas considerações sobre a Modelagem Matemática, suas concepções e práticas na Educação Matemática e relações com os Cenários de investigação. Ainda nesse capítulo, destacamos algumas contribuições da prática de Modelagem para a formação continuada de Professores de Matemática.

Na sequência, o Capítulo 3 busca fazer uma interação entre a teoria de Projetos de Trabalho com a Modelagem Matemática. Ao final do capítulo, apresentamos os temas dos projetos que foram implementados em nossa pesquisa de campo.

No Capítulo 4, apresentamos nossa pesquisa em seu contexto e descrevemos o detalhamento da pesquisa de campo, juntamente com os instrumentos de coleta de dados que utilizamos. Ao final do capítulo, apresentamos os relatórios completos dos grupos que desenvolveram cada um dos projetos.

Seguindo no Capítulo 5, analisamos os dados obtidos a partir da pesquisa de campo e dos instrumentos metodológicos, tentando buscar relações com os referenciais teóricos que exploramos em nossa pesquisa teórico-bibliográfica.

Por fim, apresentamos as Considerações Finais do nosso trabalho, nas quais buscamos algumas categorias de respostas à questão de investigação que impulsionou nossa pesquisa.

Capítulo 1

DOS PASTÉIS PARA A MODELAGEM: UM CAMINHO QUE CONTINUA A SER TRILHADO

“Não há limite para fazer livros, e o muito estudar enfado é da carne. De tudo o que se tem ouvido, o fim é: Teme a Deus, e guarda os seus mandamentos; porque este é o dever de todo o homem.”

(Ec 12.12-13)

1.1 Um breve histórico

No Brasil, nem sempre existe a tradição em se associar nomes das pessoas relacionados a fatos, mas, na Bíblia, encontramos vários nomes que foram dados as pessoas devido às circunstâncias. Porém, minha irmã, enquanto leitora e admiradora das poesias escritas por Daria Gláucia Vaz de Andrade, encontrou uma dedicada a Glauco Ottone, cujo nome foi escolhido para mim.

Pensando em crescimento no conhecimento, busco referência em minha mãe, que tinha sede do saber, mas não teve apoio do pai. Certa vez, quando ela tinha saído para a escola, seu pai mandou um bilhete através de um portador, com a mensagem: “É melhor que volte”.

Portanto, expressei minha gratidão a Deus, por ter me dado uma mãe que amava o ensino e, mesmo não tendo oportunidade para avançar nos estudos, conseguiu alfabetizar minha irmã mais velha, além de ter lutado para que eu e minhas irmãs mais novas terminássemos os Ensinos Fundamental e Médio que, em minha cidade no interior de Minas Gerais, Engenheiro Caldas, era oferecido apenas na rede particular. Esta batalha foi vencida com a venda de pastéis, que possibilitou melhores condições de pagamento das mensalidades escolares.

As minhas vendas eram realizadas nos recreios escolares dos turnos da manhã e tarde e os pastéis que sobravam, eu procurava vendê-los na rua, para evitar levá-los quando ia para a escola no turno da noite. Para ficar livre dos pastéis que sobravam, procurava sempre dois clientes: um funcionário público e minha irmã mais velha, que tinha sete

filhos. Caso, os pastéis não fossem vendidos, eu tinha que levá-los dentro de uma sacola quando ia estudar para vendê-los durante o recreio sendo que, às vezes, eu mesmo comprava.

O meu Ensino Médio durou de 1974 a 1978, sendo o 1º ano de Magistério e os demais em Mecânica na Escola Técnica do Instituto de Tecnologia, em Governador Valadares – MG. Nos dois primeiros anos do curso, tinha que me deslocar todos os dias aproximadamente 45 km de minha cidade até Governador Valadares, procurando sempre carona para diminuir as despesas.

Concluído o Ensino Médio, fiz o primeiro vestibular para Engenharia; porém, não tendo conseguido aprovação. Decidi cursar Licenciatura Plena em Matemática, no final de 1979, em Caratinga – MG, distante de minha cidade aproximadamente 80 km.

Tendo obtido aprovação no curso de Licenciatura em Matemática, efetuei minha matrícula em 1980, o que causou grande alegria em minha mãe, que sentia-se orgulhosa por ter um filho professor.

Ao iniciar o curso, em maio de 1980, surgiu em minha cidade a oportunidade para ministrar aulas de Matemática na rede particular, no Ensino Médio.

Em 1981, ao assumir aulas em um distrito a 15 km de minha residência, tive que passar a ir de bicicleta, pois fiquei envergonhado quando, ao pegar uma carona juntamente com outras professoras, fui obrigado a deixar o veículo, porque o motorista não acreditou que eu era professor.

Em agosto de 1982, mudei para Ipatinga – MG, mas continuei o curso de Licenciatura, tendo-o concluído em 1983. As dificuldades financeiras que enfrentei para me deslocar de Ipatinga a Caratinga para concluir o curso, fizeram-me crescer.

Já em 1984, fiz o concurso na Rede Municipal de Ipatinga – MG para Professor de Matemática e neste cargo permaneço desde então, tendo também assumido a função de vice-diretor em uma escola, além de Coordenador Pedagógico.

Mesmo atuando no Ensino Fundamental, nunca deixei de estudar Matemática, pois, sempre tive a preocupação com o conhecimento do conteúdo matemático.

Portanto, intentando tornar-me um profissional melhor, ingressei na Especialização em Matemática da Faculdade Plínio Augusto do Amaral, em Amparo – SP, no período de fevereiro a julho de 1992, estudando tópicos como: Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Vetorial, além de Métodos e Técnicas da Pesquisa e Metodologia do Ensino.

Ao ter assumido em 2005, a Coordenação Pedagógica de Matemática da rede municipal de Ipatinga – MG e diante do desafio de apresentar aos Professores de

Matemática uma proposta de trabalho, comecei a procurar na literatura, ajuda em como tornar este desafio uma realidade, procura que levou a tornar-me sócio de instituições científicas que contribuíram para que eu me interessasse pela pesquisa em Educação Matemática.

Ao visitar o site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, em 2006, encontrei um link para o IV Encontro Mineiro de Educação Matemática (IV EMEM), a ser realizado em Diamantina – MG, naquele mesmo ano, primeiro evento relacionado à Educação Matemática do qual participei.

Foi neste encontro que tive a oportunidade pela primeira vez de entrar em contato com a Modelagem Matemática, ao assistir à mesa redonda composta pelos professores Jussara de Loiola Araújo (UFMG), Dale William Bean (UFOP) e Wagner Ahmad Auarek (UNI-BH), cujo tema foi “Modelagem Matemática e Etnomatemática”.

Procurando crescer nos conhecimentos sobre Educação Matemática, participei do IX Encontro Nacional de Educação Matemática (IX ENEM) realizado em Belo Horizonte – MG, em julho de 2007. Para conhecer um pouco mais sobre a Modelagem Matemática no ensino, assisti neste encontro à mesa redonda composta pelos professores Adilson Oliveira do Espírito Santo (UFPA), Jonei Cerqueira Barbosa (UFBA) e Jussara de Loiola Araújo (UFMG), sobre o tema “Modelagem Matemática em sala de aula”.

Após a minha participação nestes dois eventos, aumentou o meu interesse pelo tema “Modelagem Matemática” e assim, em novembro de 2007, participei em Ouro Preto – MG, da V Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (V CNMEM), promovida pela Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) e Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

Enquanto Coordenador Pedagógico de Matemática, uma das funções era promover encontros com os professores da rede municipal de Ipatinga – MG e, tanto as minhas participações nos eventos acima, como os materiais lá recebidos, serviram de apoio para a formação continuada dos referidos professores. Tive, então, a ideia de criar um Núcleo Regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática Regional Minas Gerais (SBEM–MG), em Ipatinga – MG.

Organizamos, então, eu e alguns colegas, também Professores de Matemática, o I Encontro Regional de Educação Matemática de Ipatinga – MG, em parceria com o professor Frederico da Silva Reis (orientador desta pesquisa), então Diretor da SBEM–MG, em julho de 2008, cuja temática foi “A Modelagem Matemática na Educação

Matemática: Formulação e Resolução de Problemas e Investigações Matemáticas em sala de aula”. Neste encontro, nosso núcleo foi criado e fui seu primeiro diretor.

Neste encontro em Ipatinga, houve a divulgação do processo seletivo para formação da 2ª turma para o Mestrado Profissional em Educação Matemática na Universidade Federal em Ouro Preto.

Tendo sido aprovado no processo seletivo, escolhi a linha de pesquisa “Educação Matemática Superior, Informática Educacional e Modelagem Matemática”. As disciplinas cursadas em 2009 e 2010 contribuíram para minha aprendizagem em Matemática, bem como para uma fundamentação teórica das práticas pedagógicas em sala de aula.

Enquanto Professor e Coordenador Pedagógico de Matemática, visando minha formação profissional e dos professores com os quais trabalho, escolhi como tema de pesquisa a prática de Modelagem Matemática como um cenário de investigação, procurando investigar como a Modelagem Matemática pode ser trabalhada no ensino de Funções visando à criação de cenários de investigação para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Além das leituras feitas sobre Modelagem Matemática, no 2º semestre de 2009, cursei a disciplina Modelos e Modelagem Matemática com o professor Dale William Bean, tendo a oportunidade de realizar atividades e perceber os benefícios advindos da utilização da Modelagem Matemática no ensino.

Ao realizar tais atividades, tive a oportunidade de interagir com o tema, propor questões para investigar, fazer coleta de dados, utilizar o ambiente informatizado, encontrar o modelo matemático que solucione o problema levantado, passar por um refinamento do modelo, bem como exercer a criticidade quanto ao modelo matemático proposto. Este olhar crítico ao modelo matemático construído favoreceu a reflexão quanto aos pressupostos que foram utilizados.

Fala-se muito em se formar um cidadão reflexivo, crítico, que saiba tomar decisões, mas de que forma a Matemática pode contribuir para desenvolver tais competências? As atividades das quais participei envolvendo Modelagem Matemática me fizeram perceber a sua potencialidade para o desenvolvimento de tais competências, a partir de sua inserção no ensino.

Como destaque na epígrafe, não é que Deus seja contra o crescimento intelectual, mas devemos mostrar que, além do desejo em aprender, devemos estar atentos aos seus ensinamentos. Tento vivenciar essa prática, pois, como pesquisador e professor, busco meu desenvolvimento profissional, entretanto, sem abrir mão dos princípios bíblicos.

1.2 Apresentando algumas concepções sobre Modelagem Matemática

Embora a Modelagem Matemática tenha sido introduzida no Brasil há pouco mais de cerca de trinta anos, e mesmo sendo uma das tendências mais pesquisadas em Educação Matemática, especialmente em cursos de pós-graduação, a Modelagem ainda não faz parte da formação da maioria dos professores de todos os níveis, principalmente os da Educação Básica. Um dos motivos talvez seja o fato de que a integração da Modelagem nos currículos de formação dos futuros Professores de Matemática, isto é, nos cursos de Licenciatura em Matemática ainda pode ser considerada “insipiente” ou restrita a uma disciplina específica.

Já Biembengut (2009) faz um mapeamento sobre a Modelagem Matemática, destacando os primeiros movimentos a nível internacional, os precursores brasileiros responsáveis pela sua introdução e disseminação no Brasil, bem como o número de trabalhos que têm contribuído de forma significativa para o avanço da Modelagem Matemática direcionada para o ensino. Dentre os precursores, destaca-se Aristides Camargo Barreto pelas primeiras experiências com Modelagem Matemática no ensino, em meados dos anos de 1970, e Rodney Carlos Bassanezi como principal disseminador da Modelagem Matemática a partir da década de 1980, direcionando-a para o ensino.

Mesmo que Biembengut (2009), ao fazer o mapeamento sobre Modelagem Matemática, apresente dados que apontam sua consolidação, o que temos presenciado é que a maioria dos professores, principalmente da Educação Básica não vivenciam experiências com essa metodologia.

Esse mapeamento aponta que, mesmo diante de concepções distintas de Modelagem Matemática, existem pontos convergentes, o que pode ser verificado em Biembengut (2009, p. 27):

[...] é essencial não perder de foco estas distinções nos aspectos que convergem no entendimento de que a modelagem pode contribuir não somente para aprimorar o ensino e a aprendizagem matemática, mas especialmente, para provocar uma reação e interação entre corpo docente e discente envolvidos na contínua e necessária produção do conhecimento, que surtirá efeitos no contexto social.

Assim, buscaremos, a partir de agora, apresentar um pouco dessas concepções e algumas de suas distinções.

Segundo Bassanezi (2006, p. 24), “Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências.” Assim, “[...] é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.”

Na busca do modelo matemático para avaliar a situação estudada, percebe-se a busca da Matemática conhecida ou a conhecer para gerá-lo. Pensando na Modelagem Matemática direcionada para a educação, Bassanezi (2006, p. 38) destaca:

A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural. O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria Matemática.

Importante destacar nessa concepção, que o fenômeno modelado conduz o aluno a levantar hipóteses, realizar pesquisas para coleta de dados, formular problemas e mesmo que não se obtenha um modelo “bem sucedido” em termos matemáticos, o processo proporciona o desenvolvimento da criticidade do aluno. Entretanto, a partir dessa concepção, o modelo matemático continua tendo um papel fundamental no processo e também como produto desse processo.

Outra concepção muito interessante é a de Biembengut e Hein (2005, p. 12), para quem:

Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. A elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Um modelo pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais, etc.

Percebemos acima, que não há um único padrão de rigor na construção do modelo, mas deve ser dada uma maior importância ao processo que envolve a sua construção. Ainda em relação ao método, Biembengut e Hein (2005, p. 18) afirmam que:

O método que utiliza a essência da modelagem em cursos regulares, com programa, denominamos modelação matemática. A modelação matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem.

Nessa visão, abre-se uma oportunidade para trabalhar conteúdos específicos de Matemática, levantando questionamentos. Pensando na Modelagem Matemática como metodologia de ensino, para tornar o aluno reflexivo, crítico, tomador de decisões Biembengut e Hein (2005, p. 18) afirmam que:

[...] a Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico.

Já Barbosa (2001b), concebe a Modelagem Matemática, como um “ambiente de aprendizagem” que se constitui numa oportunidade para indagações dos alunos por meio da Matemática. Neste ambiente, procedimentos não são fixados rigidamente e existem diversas formas de encaminhamento dos problemas que trazem consigo uma gama de conceitos / idéias matemáticas, exploradas à medida que os alunos desenvolvem as atividades de modelagem. Nas palavras de Barbosa (2001b, p. 6):

Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. O termo “ambiente” diz respeito a um lugar ou espaço que cerca, envolve. O ensino tradicional é um ambiente de aprendizagem, pois estimula os alunos a desenvolverem certas atividades; a história da Matemática como recurso didático, também; e assim por diante. Modelagem, como entendemos, estimula os alunos a investigarem situações de outras áreas que não a Matemática por meio da Matemática.

Este ambiente proporciona ao aluno, uma iniciação à pesquisa, ao fazer questionamentos de situações não matemáticas, procurando respondê-las fazendo uso da Matemática. Neste ambiente, desenvolve-se o conhecimento matemático.

Outra perspectiva da utilização da Modelagem Matemática é pensá-la como um processo que possibilita a integração na rotina escolar de situações do cotidiano dos alunos, conforme destacado por Caldeira (2009, p. 46):

[...] como o processo da Modelagem Matemática é dinâmico e permite ao estudante criar, ele pode também inventar algoritmos de resolução ou criar algum procedimento matemático, advindo de sua vida fora da escola, para resolver determinadas situações. Isso garantirá a

multiplicidade de formas de pensar Matemática e fugirá da sua imutabilidade e “a-historicidade”.

Nessa visão, nota-se a importância dos alunos que trazem as suas experiências de vida que são valorizadas durante o processo de Modelagem. Cabe destacar, então, que no ambiente de Modelagem Matemática, enquanto os alunos exploram os dados advindos de observações, segundo Barbosa (2009, p. 82), “[...] é preciso criar condições na organização pedagógica para que eles discutam os pressupostos usados na organização da coleta e da interpretação dos dados.”

Existem, por outro lado, algumas perspectivas teóricas para a Modelagem Matemática que a aproximam de outras vertentes teóricas da Educação Matemática, tais como a Educação Matemática Crítica. Ao destacar a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica, Araújo (2009, p. 66) procura:

[...] juntamente com os estudantes, problematizar o papel da Matemática na construção do progresso, gerando maravilhas e catástrofes, e questionar o uso que é feito dessa disciplina como instrumento de poder. Nesse sentido, preocupo-me com uma Educação Matemática dos estudantes que não vise apenas instrumentá-los matematicamente, mas que também proporcione sua atuação crítica na sociedade, por meio desse conhecimento matemático, o que pode trazer contribuições para sua emancipação como cidadãos.

A postura da pesquisadora parece refletir sua preocupação com a formação de cidadãos que utilizem a Matemática como instrumento de leitura do mundo e que, a partir dessa leitura, posicionem-se criticamente.

Assim, a Modelagem Matemática na visão da Educação Matemática Crítica pode conduzir o aluno a questionar seus próprios modelos construídos, bem como os já existentes relacionados a diversas situações da vida em sociedade.

Apresentamos, ainda, a concepção de Modelagem Matemática de Almeida e Ferruzzi (2009, p. 120-121), para quem o termo “modelo matemático” se refere, antes de qualquer coisa, a uma busca por uma representação matemática de um fenômeno ou de um objeto do mundo real:

Considerando que a construção desta representação matemática pode ser realizada no âmbito de aulas de matemática, o entendimento de Modelagem Matemática que temos em mente é de que esta constitui uma alternativa pedagógica [...] Ela se configura como uma atividade que, para os envolvidos, [...] implica em um conjunto de ações como a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de

hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a resolução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não.

Por fim, destacamos Burak e Klüber (2010, p. 157) que, ao defenderem que a Modelagem Matemática deve voltar-se à formação dos nossos alunos da Educação Básica, nas mais diversas modalidades desse nível educacional, apresentam a Modelagem Matemática em uma perspectiva de Educação Matemática “que concebe a Matemática como um instrumento importante, mas sem desconsiderar as outras áreas que devem se fazer presentes no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.”

Outro aspecto interessante dessa perspectiva é que, ao retratar as contribuições de outras áreas do conhecimento para a Educação Matemática e considerando a evolução ainda porvir desses conhecimentos, Burak (2010a, p. 14) apresenta o modelo proposto por Burak e Klüber (2008), no qual as linhas pontilhadas evidenciam um modelo que continua aberto às contribuições de novos conhecimentos:

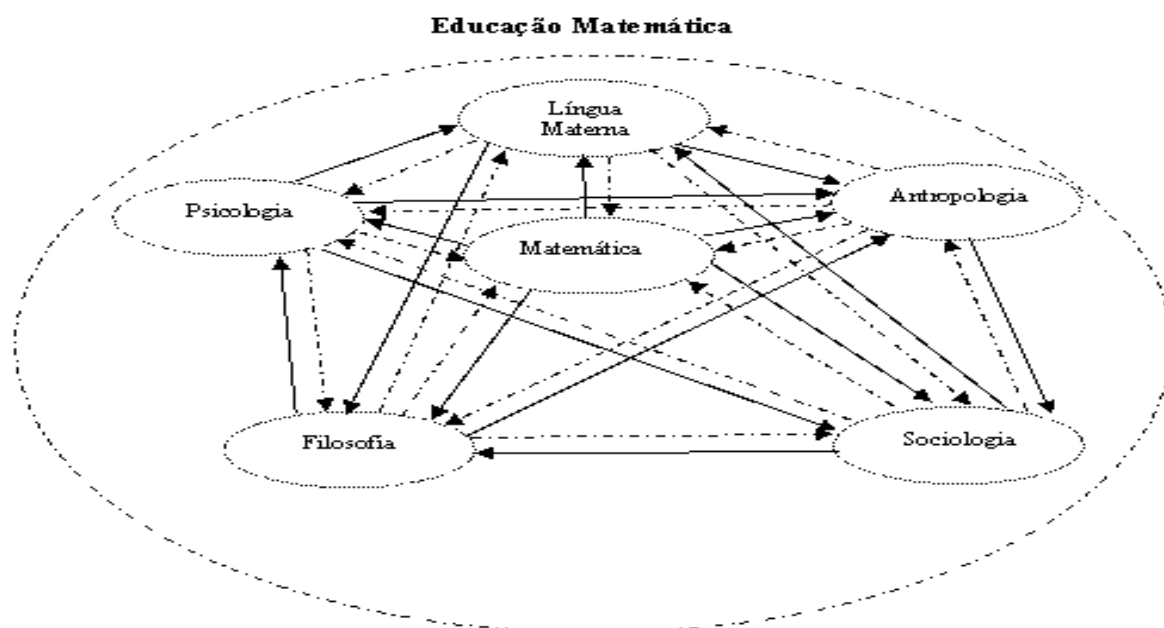


Figura 1: Proposta de Configuração da Educação Matemática

Essa preocupação com a perspectiva de Educação Matemática na qual queremos trabalhar com a Modelagem Matemática também é encontrada em Barbosa (2001a, p. 20) que, ao descrever o papel dos modelos matemáticos na sociedade, conclui que: “A Matemática e os modelos matemáticos integram, interferem, controlam e/ou prescrevem a vida social. Cabe, então, perguntar qual Educação Matemática queremos.”

Logo, observamos que existem semelhanças e diferenças entre as diversas perspectivas de Modelagem Matemática até aqui delineadas.

Assim, apresentamos a seguir, uma matriz comparativa desenvolvida por Klüber (2007, p. 94) na qual as categorias foram constituídas por aspectos filosóficos e epistemológicos, ao investigar as concepções de Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira:

Autores	Unidades de Significado	Categorias
Bassanezi e Biembengut	Matemática como linguagem da ciência.	Concepção de Conhecimento
Caldeira	Concepção contrária à concepção de Ciência Moderna.	
Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira	O diálogo com outras áreas do conhecimento.	
Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira	Possibilidade de um saber contextualizado e as atividades do cotidiano.	Concepção de Currículo
Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira	Ruptura com a linearidade do currículo.	
Barbosa, Burak e Caldeira	Modelagem Matemática como processo de ensino, estratégia que não visa necessariamente à construção de Modelos Matemáticos.	Modelos Matemáticos
Bassanezi, Biembengut	Modelagem como processo de obtenção de modelos.	
Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira	O domínio da realidade através da matematização, realidade como adequação.	Concepção de Realidade
Barbosa, Burak e Caldeira	Estabelece relação crítica com a realidade.	
Barbosa, Burak e Caldeira	O ato investigativo.	Concepção de Educação
Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira	Postura crítica.	
Bassanezi, Biembengut	Procedimentos considerados científicos.	
Barbosa, Burak e Caldeira	Valem-se de procedimentos informais.	
Biembengut	Segurança do professor para a realização da proposta.	
Barbosa, Burak e Caldeira	Influências de teorias Cognitivistas, Sócio-Críticas e outras.	

Quadro 1: Matriz Nomotética da Modelagem

Diante dessas abordagens a respeito das diferentes concepções construídas em relação à Modelagem Matemática, acreditamos como Reis e outros (2005), ser possível a sua implementação no ambiente educacional, apesar de alguns obstáculos enfrentados, dentre os quais destacamos:

- A dificuldade do aluno em assumir uma “postura de investigador” e aprender a aprender;
- A dificuldade do professor em sair da posição de “dono do saber” e aprender a lidar com situações desconhecidas.

Entretanto, também acreditamos que o conjunto de ações que a Modelagem Matemática favorece, proporciona ao aluno desenvolver a prática investigativa e o ambiente que viabiliza tal prática é, segundo Skovsmose (2000), um cenário para investigação. Conceberemos como tal, um ambiente propício à interação entre professor-aluno e aluno-aluno, o que pode fazer com que a situação investigada se configure num cenário para o desenvolvimento e aprendizagem da Matemática.

Retomaremos essa discussão no capítulo seguinte.

1.3 Um pouco sobre a abordagem dos livros didáticos para o ensino de Funções

Como detalharemos no próximo tópico e nos próximos capítulos, em nossa pesquisa trabalharemos com Projetos de Modelagem Matemática relacionados ao ensino de Funções. Logo, julgamos importante apresentar, brevemente, como alguns livros didáticos de Ensino Fundamental apresentam tal assunto.

Cabe destacar ainda que nossa intenção mais geral é investigar nos livros didáticos a existência (ou não), no desenvolvimento do conteúdo de Funções, de situações / aplicações do tema que são explorados à luz da Modelagem ou que nos remetam a possibilidades de trabalhar com esta.

A escolha dos livros foi feita com base em algumas obras que são tradicionalmente enviadas para as escolas fazerem sua opção por um livro a ser adotado no ano seguinte e com base em nossa experiência docente com livros didáticos no Ensino Fundamental, ao longo das últimas 3 (três) décadas.

Os livros que aqui analisamos brevemente são:

1) **A Conquista da Matemática** – 9º ano – Castrucci e Castrucci Jr. (2009);

2) **Matemática e Realidade** – 9º ano – Iezzi e outros (2009);

3) **Projeto Araribá: Matemática** – 8ª série – Barroso e outros (2006);

4) **Matemática: Ideias e Desafios** – 9º ano – Mori e Onaga (2009);

5) **Tudo é Matemática** – 9º ano – Dante (2009).

Castrucci e Castrucci Jr. (2009, p. 147), ao introduzirem o capítulo referente às funções do 1º grau, apresentam algumas situações do cotidiano que podem ser relacionadas a funções, em geral:

- O comprimento de uma barra de ferro é dado em função da temperatura, pois o ferro se dilata quando é aquecido;
- O consumo de combustível de um veículo é dado em função do percurso percorrido;
- Quando uma pessoa ingere bebida alcoólica, a concentração de álcool no sangue é dada em função da quantidade de bebida consumida;
- O preço que se paga por uma ligação telefônica é dado em função do tempo que se fala ao telefone.

A seguir, apresentam o sistema de coordenadas cartesianas incluindo atividades com algumas aplicações desse sistema (mapa de uma cidade, etc), procurando enfatizar a ideia de par ordenado.

Após a realização de tais atividades, apresentam a noção de função fazendo uso de tabelas para mostrar a relação entre as duas grandezas variáveis, caracterizando a lei de formação.

Logo em seguida, apresentam uma série de exercícios com informações orientadas, solicitando que os alunos encontrem a lei de formação da função.

Ao concluir tais atividades, Castrucci e Castrucci Jr. (2009, p. 158) fazem um destaque para a seguinte situação:

Para graduar um termômetro nas escalas Celsius e Fahrenheit são utilizados dois estados térmicos com temperaturas bem definidas:

- ponto de gelo, temperatura do gelo sob pressão normal;
- ponto de vapor, temperatura de ebulição da água sob pressão normal.

Na escala Celsius (C) são atribuídos, respectivamente, os valores 0 e 100 para essas temperaturas, e o intervalo entre esses dois pontos fixos é dividido em 100 partes iguais.

Na escala Fahrenheit (F), atribui-se o valor 32 à temperatura de fusão do gelo e 212 à temperatura de ebulição da água. O intervalo entre esses pontos é dividido em 180 partes iguais.

Após fornecer essas informações, apresentam a lei de transformação entre as escalas e alguns exercícios explorando tal relação.

Após a representação gráfica da função do 1º grau, Castrucci e Castrucci Jr. (2009, p. 167) dão destaque ao tratamento da informação, apresentando uma tabela com valores de concentração de álcool no sangue em função da quantidade de latas de cervejas consumidas, fornecendo o valor para uma lata e solicitando o preenchimento dos valores até 10 latas. Em seguida, solicitam a representação gráfica desses dados e a lei de formação.

O ensino de funções é introduzido por Iezzi e outros (2009, p. 251) começando com uma atividade física onde os dados são apresentados em uma tabela relacionando distância percorrida e tempo gasto. Analisando a tabela, os autores apresentam uma formulação e, a seguir, conceituam uma função “quando há correspondência entre duas grandezas x e y , de modo que para cada valor de x fica determinado um único valor de y ”.

Na sequência, é apresentada uma série de exercícios, partindo de exemplos numéricos para se chegar a uma formulação da lei da função. Em seguida, através do exemplo do cálculo de uma área, (IEZZI e OUTROS, 2009) introduzem a notação $f(x)$ e exploram exercícios usando esta notação.

Querendo mostrar uma contextualização no ensino de funções, Iezzi e outros (2009, p. 254) apresentam uma atividade envolvendo a conta de água sob a forma de “desafio”, conforme descrito abaixo:

Jaiminho mora na cidade de Porto Azul.

Em Porto Azul, a conta de água de toda casa tem valor mínimo de R\$ 9,00 e dá direito ao uso de até 10 m³ de água.

Para estimular a economia no consumo de água, a prefeitura e a companhia de saneamento local estabeleceram que, quando o consumo ultrapassar essa medida, são acrescentados:

- R\$ 2,00 por m³, para os primeiros 10 m³ excedentes;
- R\$ 3,00 por m³, para os próximos 10 m³;
- R\$ 5,00 por m³, para o consumo que ultrapassar 30 m³.

Na casa de Jaiminho, o valor da conta foi de R\$ 53,00. Quantos metros cúbicos de água eles consumiram naquele mês?

Já para representar graficamente a função do 1º grau, Iezzi e outros (2009, p. 264) apresentam a seguinte situação:

A conta mensal de uma linha telefônica do tipo econômica (que só faz ligações para telefone fixo local) é composta de duas partes: uma taxa fixa de R\$ 30,00, chamada assinatura, e mais uma parte variável, que é de R\$ 0,25 por minuto de ligação.

A seguir, é apresentada a função que fornece o valor da conta, uma tabela com alguns valores e sua representação gráfica.

Barroso e outros (2006), ao introduzirem a ideia de função, utilizam dados de uma tabela, analisam tais dados e mostram a lei de formação da função. Algumas atividades são apresentadas com indicações para formar a lei de formação e outras são apresentadas em forma de tabelas.

Muitas situações apresentadas por Barroso e outros (2006) fazem uso da função linear e, quando se solicita a sua lei de formação através do gráfico, este já vem traçado, além de conter informações sobre valor unitário, o que facilita a obtenção da lei de formação da função.

Mori e Onaga (2009) abordam inicialmente os vários significados da palavra função na língua portuguesa, apresentando, em seguida, uma situação com os dados organizados em tabela e a lei de formação, bem como a representação gráfica por meio de pontos discretos, sem enfatizar o gráfico como uma reta.

Nas atividades propostas inicialmente por Mori e Onaga (2009), é apresentada uma situação-problema, os alunos respondem às alternativas até chegarem à lei de formação da função.

No final dessas atividades, Mori e Onaga (2009, p. 189) apresentam uma atividade relacionada a uma academia, destacando a importância do cuidado com o físico, fornecendo informações promocionais para matrícula em uma escola de natação. A seguir,

sugerem aos alunos que registrem as anotações organizando os cálculos em uma tabela, usando uma fórmula e registrando em um gráfico cartesiano.

Quanto ao tratamento específico da função do 1º grau, Mori e Onaga (2009) apresentam situações e atividades orientadas enfatizando a obtenção da fórmula que caracteriza a função e sua representação gráfica.

Para mostrar a importância do estudo de uma função, Dante (2009) apresenta uma situação hipotética de abastecimento num posto de gasolina, conduzindo à construção da tabela, fórmula e gráfico. Em seguida, explora de modo intuitivo a ideia de função e apresenta atividades com dados em tabelas e gráficos, conduzindo o aluno a encontrar a lei de formação, bem como compreender, através da representação gráfica, a diferença entre uma grandeza discreta e uma grandeza contínua.

Após essas atividades, Dante (2009) enfatiza a representação gráfica como auxílio na análise da variação das grandezas, acrescenta mais atividades envolvendo o conceito de função e passa a dar um tratamento específico para a função afim, apresentando uma situação hipotética e a formulação que a caracteriza.

Os autores dos livros didáticos brevemente analisados acima, de um modo geral, abordam o estudo da função do 1º grau utilizando situações hipotéticas, mostrando sua aplicabilidade, bem como atividades envolvendo situações com questionamentos orientados até chegarem à obtenção da lei de formação da função.

Podemos considerar que existe, por parte desses autores, uma preocupação em ressaltar aplicações das funções em situações do cotidiano; entretanto, a utilização de situações hipotéticas, com dados hipoteticamente apresentados demonstra que o foco das abordagens não converge para um ensino com Modelagem Matemática em todos os seus aspectos, mas apenas para a obtenção do Modelo Matemático, ou seja, o foco está no “produto” mas não no “processo” como um todo.

Um exemplo disso é o problema do comprimento de uma barra de ferro que varia em função da temperatura (CASTRUCCI e CASTRUCCI JR., 2009). Como uma barra possui três dimensões, embora possamos nos concentrar em apenas uma delas (no caso, o comprimento), na prática, a dilatação da barra é volumétrica. Ademais, o problema da dilatação de uma barra, bem como outros apresentados por outros autores, não podem ser considerados “situações do cotidiano”, as quais deveriam se ater a situações de pessoas comuns.

Também podemos observar nos livros citados, uma concordância com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 116) que destacam “[...] a importância dos

gráficos para o desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos e para mostrar a variedade de relações possíveis entre duas variáveis.”

Entretanto, notamos que os autores dos livros aqui analisados privilegiam bastante a construção de gráficos associados a funções, a partir de tabelas, mas exploram muito pouco a interpretação de gráficos no sentido do tratamento da informação. Este último, em geral, fica restrito a capítulos específicos de Estatística quando na realidade deveria perpassar todos os conteúdos, inclusive, o conteúdo de Funções que pode gerar diversos exemplos relacionados ao dia a dia das pessoas e explicitar propriedades de crescimento, decréscimo, maximização e minimização de variáveis.

Após a análise desses livros, acreditamos que podemos contribuir para a discussão sobre o ensino de Funções a partir de uma pesquisa que busque apresentar a Modelagem Matemática como um cenário de investigação para o desenvolvimento e aprendizagem de Funções.

Capítulo 2

A MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA E A CRIAÇÃO DE CENÁRIOS DE INVESTIGAÇÃO: REFLEXÕES SOBRE A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

“Todo passado cultural do estudante deve ser respeitado, dando-lhe confiança no seu próprio conhecimento e dando-lhe, também, uma certa dignidade cultural ao ver suas origens sendo aceitas pelo professor.”

Ubiratan D’Ambrosio

2.1 Retomando algumas concepções sobre Modelagem Matemática

De acordo com Biembengut (2009), a Modelagem Matemática enquanto processo para gerar modelos de fenômenos ligados a outras áreas do conhecimento, fazia-se presente desde o início do século XX. Porém, ligada à Educação Matemática, aparece juntamente com aplicações da Matemática, em debate em nível internacional, já na década de 1960, impulsionando desta maneira a formação de grupos de pesquisadores ligados a esta temática e proporcionando, em 1983, a consolidação da Comunidade Internacional de Professores de Modelagem Matemática e Aplicações (ICTMA).

Ainda de acordo com Biembengut (2009), há que se considerar a presença de professores brasileiros na comunidade internacional de Educação Matemática, o que muito contribuiu para as pesquisas relacionadas à prática de Modelagem Matemática na educação brasileira, tendo como referência para sua consolidação: Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D’Ambrosio, Rodney Carlos Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzeta e Eduardo Sebastiani Ferreira, no final dos anos 1970 e início dos anos 1980.

Porém, no decorrer destes anos, a literatura tem mostrado que a Modelagem Matemática, enquanto objeto de pesquisa, tem gerado diversas concepções a seu respeito e também em relação à prática de Modelagem na sala de aula. No entendimento de Biembengut (2009), é importante focar nos aspectos de contribuição da Modelagem para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Ao ressaltar o fato de que o processo de Modelagem mantém uma relação estreita com a produção de conhecimento, Bassanezi (2006) afirma que os conhecimentos matemáticos, além de desenvolver habilidades intelectuais, devem servir de instrumentos na solução de situações cotidianas, contribuindo para responder ao inquietante questionamento de “porque se ensina Matemática”, tornando esse conhecimento interessante pela sua utilidade e, ao mesmo tempo, estimulante por ser prazeroso.

Para esse novo olhar da Matemática, Bassanezi (2006, p. 16) tem apontado a Modelagem Matemática como eficaz no processo de ensino e aprendizagem, considerando-a como “[...] a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.” Para resolver tais problemas, o pesquisador propõe a criação do modelo matemático, cuja importância “[...] consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas” (Ibidem, p. 20).

Para Bassanezi (2006, p. 20), um modelo pode ser classificado em linear ou não-linear, estático ou dinâmico, educacional, aplicativo, estocástico ou determinístico, de acordo com a Matemática utilizada. A classificação do modelo como sendo um modelo educacional se dá:

[...] quando é baseado em um número pequeno ou simples de suposições, tendo, quase sempre, soluções analíticas. [...] O método empregado por tais modelos envolve a investigação de uma ou duas variáveis, isoladas da complexidade das outras relações fenomenológicas. Geralmente estes modelos não representam a realidade com o grau de fidelidade adequada para se fazer previsões. Entretanto, a virtude de tais modelos está na aquisição de experiência e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada.

Na busca da construção do modelo matemático que venha descrever e explicar o fenômeno observado, Bassanezi (2006) propõe 5 (cinco) etapas no processo de Modelagem Matemática, as quais descrevemos sucintamente a seguir, associando-as a algumas tarefas / atividades próprias de cada etapa:

1. Experimentação (Obtenção e análise dos dados);
2. Abstração (Seleção das variáveis, problematização, formulação de hipóteses, simplificação);

3. Resolução (Estudo analítico e numérico);
4. Validação (Processo de aceitação ou não do modelo);
5. Modificação (Quando alguns fatores provocaram a rejeição do modelo).

Essa visão de Bassanezi (2006) quanto ao papel assumido pelo modelo matemático, originado da ação / reflexão sobre uma porção da realidade, com o objetivo de explicá-la, compreendê-la ou modificá-la, pode ser enquadrada numa perspectiva pragmática da Modelagem Matemática.

Essa forma de encaminhar a Modelagem Matemática enfatiza a busca de conhecimentos de Matemática existentes ou a criação de novas teorias matemáticas que venham trazer soluções para os problemas levantados.

Ainda segundo Barbosa (2001a, p. 29), a Modelagem Matemática dentro de uma corrente pragmática “defende um ensino de Matemática preocupado em estimular os alunos a aplicar a Matemática na solução de problemas de outras áreas e do dia-a-dia.”

Quanto ao uso da Modelagem Matemática na Educação, Bassanezi (2006, p. 38), propõe o termo “Modelação Matemática”, onde o processo na construção do modelo caracteriza-se como mais importante que o próprio modelo e considera que “o fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria Matemática.”

Para Biembengut e Hein (2005), a construção do modelo matemático para solucionar problemas advindos da realidade, em alguns momentos, utiliza-se de uma Matemática elementar e, em outros, de uma Matemática que permita uma análise mais detalhada do fenômeno estudado.

Para gerar o modelo matemático, conforme Biembengut e Hein (2005), o modelador necessita, além do conhecimento matemático, fazer uso da intuição / criatividade para analisar o contexto, bem como saber lidar com as variáveis envolvidas, pois consideram que Modelagem Matemática é todo o processo para se obter o modelo matemático.

Biembengut e Hein (2005), ao proporem a Modelagem Matemática como uma ponte entre Matemática e realidade, apresentam uma série de procedimentos que podem ser agrupados em três etapas, com suas respectivas sub-etapas:

1. Interação:

- 1.1 Reconhecimento da situação-problema;
- 1.2 Familiarização com o assunto a ser modelado.

2. Matematização:

- 2.1 Formulação do problema;
- 2.2 Resolução do problema em termos do modelo.

3. Modelo Matemático:

- 3.1 Interpretação da solução;
- 3.2 Validação do modelo.

Cabe ressaltar que o modelo matemático proposto por Biembengut e Hein (2005, p. 14), consiste de “um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráfico, ou representações, ou programa computacional”.

Conforme Biembengut e Hein (2005), o uso da Modelagem Matemática como método de ensino, além de permitir ao aluno aprender a modelar situações-problema com o ferramental matemático, oportuniza o interesse pela pesquisa, a criticidade, bem como, desperta o interesse por aprender tópicos matemáticos desconhecidos.

Ao proporem o uso da Modelagem Matemática como método de ensino e aprendizagem para desenvolver tópicos matemáticos relacionados a programas curriculares, Biembengut e Hein (2005, p. 18-19), denominam tal método como “Modelação Matemática”, tendo em vista os objetivos: “aproximar uma outra área do conhecimento da Matemática; enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno; despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade; melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos; desenvolver a habilidade para resolver problemas e estimular a criatividade.”

Quanto à orientação para trabalhar com Modelagem Matemática na sala de aula, Biembengut e Hein (2005) sugerem as seguintes etapas a serem seguidas:

1. Escolha do tema;
2. Interação com o tema;
3. Planejamento do trabalho a ser desenvolvido pelos grupos;
4. Conteúdo matemático;
5. Validação e extensão dos trabalhos desenvolvidos.

Se quisermos implementar, de fato, a Modelagem Matemática na sala de aula, deveremos quebrar paradigmas e, segundo Biembengut e Hein (2005, p. 29), a condição para o professor “[...] é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas.”

Entendemos que essa forma de encaminhar a Modelagem Matemática pode ser enquadrada na perspectiva da corrente científica, que no entendimento de Barbosa (2001a, p. 29), “valoriza as aplicações da Matemática como um meio de ilustrar uma das facetas da ciência matemática. Aqui, as aplicações se subordinam à estrutura do programa curricular. O objetivo é que os conteúdos matemáticos sejam valorizados através das aplicações e os tópicos sem aplicações sejam mantidos.”

Além das considerações feitas acima por Barbosa (2001a), em relação às correntes pragmática e científica, o pesquisador nomeia uma terceira corrente denominada sócio-crítica que busca “abranger o conhecimento de matemática, de modelagem e o reflexivo” (BARBOSA, 2001a, p. 29). Essa discussão reflexiva na Modelagem Matemática favorece a formação da cidadania em nossos alunos.

Considerando a Modelagem Matemática como um sistema de ensino, Caldeira (2007, p. 83) relata o trabalho desenvolvido com crianças de 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental, adotando uma concepção de Modelagem Matemática e partindo do pressuposto de que não há uma obrigatoriedade de se chegar a um modelo do objeto no final do processo, “pois o objetivo principal não é chegar ao modelo, o que importa é o processo que professor e estudante percorrem para alcançar uma situação de tomada de decisão ou compreensão do objeto estudado, claro, fazendo uso da Matemática.”

Essa concepção de Modelagem Matemática permite sua aplicação em todos os níveis do ensino. Porém, ao se trabalhar dentro dessa concepção, não se descarta a importância da construção do modelo matemático ao estudar o objeto advindo da realidade.

Ainda em relação ao trabalho desenvolvido com as crianças de 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental, levando em consideração a realidade em que estão inseridas, D'Ambrósio (1990, p. 27), destaca que:

Cada grupo cultural tem suas maneiras próprias de matematizar a realidade. Não há como ignorar isso e não respeitar essas particularidades quando do ingresso da criança na escola. Todo passado cultural do estudante deve ser respeitado, dando-lhe confiança no seu próprio conhecimento e dando-lhe, também, uma certa dignidade cultural ao ver suas origens sendo aceitas pelo professor.

Considerando a Matemática inserida na cultura em que o indivíduo se encontra e fazendo uso do processo da Modelagem Matemática ao estudar o objeto advindo dessa realidade, Caldeira (2007) passa a denominar esse processo de “Etnomodelagem”.

Ao trabalhar a Modelagem Matemática nessa perspectiva, Caldeira (2007, p. 85) valoriza os conceitos matemáticos da cultura local, sem deixar de apresentar “[...] os conceitos matemáticos institucionalizados, levando a novos conhecimentos, [...] tentando fazer com que o novo (conhecimento institucionalizado) tivesse um significado para o grupo.” Desta forma, “[...] a Etnomodelagem pode ser apresentada como uma concepção de educação que permite fazer essa interação entre a realidade dos estudantes e os conhecimentos matemáticos necessários, para que possam compreender melhor sua forma de ver e perceber o mundo que as rodeia” (Ibidem, p. 94).

A perspectiva desse autor em relação à Modelagem Matemática enfatiza, além dos conhecimentos matemáticos aspectos qualitativos, que “aprender e usar a Matemática deve fazer com que o aluno perceba, entre outras coisas, seu verdadeiro papel como cidadão e transformador social.” (CALDEIRA, 1998, p. 16).

Também levando em consideração o cotidiano do aluno para um ensino mais dinâmico da Matemática, Burak (1987, p. 21), considera que “a Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos do qual o homem vive o seu cotidiano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões.”

Quanto ao uso da Modelagem Matemática enquanto alternativa metodológica para o ensino da Matemática, Burak (1987, p. 13) acredita que:

A Modelagem Matemática propõe uma forma mais dinâmica, mais viva para o ensino da Matemática, procurando torná-lo mais significativo para o aluno. Com essa prática educativa procura-se, através da ação do

"fazer", chegar ao "saber", fazendo da Modelagem, com sua filosofia e seu método, uma ação concreta na tentativa de amenizar esta crise no ensino da matemática que, há muito, se encontra na dependência do "saber" para "fazer".

Esta ação do fazer para chegar ao saber através da Modelagem Matemática, conforme Burak (1987), proporciona ao educando a oportunidade para fazer conjecturas, bem como exercer a criatividade diante das situações-problema emergidas, contribuindo dessa forma para que a Matemática envolvida tenha significado.

Quanto aos conteúdos a serem estudados ao fazer uso da Modelagem Matemática, de acordo com Burak (1987), a sequência de situações-problema que os determina, contribui para desenvolver no aluno a criticidade, bem como torná-lo aberto a novas experiências.

Esta sequência de situações-problema na Modelagem Matemática parece ser importante para que o aluno deixe a passividade e se torne ator no processo de aprendizagem; em relação ao professor, contribui para superar a insegurança e implementar com efetividade a Modelagem Matemática enquanto alternativa metodológica pois, conforme Burak (1987, p. 30):

É uma pedagogia que exige do professor uma nova postura com relação ao ensino, começando com o questionamento da sua genialidade, do ser depositário do conhecimento que seria a expressão da verdade objetiva, de ser aquele que ensina. É muito importante que o professor, em seu trabalho pedagógico, tenha consciência de que ele também padece de insegurança e incertezas. É a pedagogia da incerteza, que provoca o desamparo, a angústia e que, por não possuir parâmetros absolutos e dogmatismos catequéticos, a torna extremamente saudável. [...] É a pedagogia que preconiza o saber pela ação do fazer.

Portanto, a Modelagem Matemática enquanto alternativa metodológica, conforme Burak (1987), contribui para que o professor possibilite ao aluno a oportunidade para pensar, para o desenvolvimento da criticidade, da criatividade, do questionamento do que é conhecido, da habilidade em propor problemas, além de um incentivo à pesquisa e busca por descobertas.

Conforme iniciamos a discussão no capítulo anterior, pode-se trabalhar a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica, como defende Araújo (2009). A pesquisadora destaca o trabalho dentro da perspectiva sócio-crítica de Jacobini e Wodewotzki (2006, p. 73), ao considerarem que trabalhando com Modelagem, o professor pode:

[...] considerar outras oportunidades tanto para o crescimento intelectual do estudante como para a sua formação crítica enquanto cidadão presente em uma sociedade altamente tecnológica, globalizada e com forte presença da Matemática. Dentre essas oportunidades enfatizamos as de ações sociais e políticas possibilitadas pelo trabalho investigativo inerente à aplicação da modelagem, com a expectativa de que desponham, em todos os atores participantes, novos olhares, quer sobre a matemática e os fatos investigados, quer sobre a realidade que se encontra ao seu redor.

Ao utilizar a Matemática para modelar situações da realidade, Araújo (2009, p. 64) traz reflexões sobre o poder atribuído à Matemática como “formatador”, bem como sua não problematização pela sociedade; por outro lado, o trabalho investigativo pode contribuir para uma prática diferenciada, consistindo em:

[...] uma abordagem da modelagem na educação matemática que não se preocupe, apenas, em dar instrumentos matemáticos aos estudantes ou em apresentar a eles exemplos de aplicação da Matemática à realidade. Mais que isso, [...] refletir sobre a presença da Matemática na sociedade, seja em benfeitorias ou em problemas sociais, e reagir contra as situações críticas que a Matemática também ajudou a construir.

Considerando a necessidade de reflexão sobre o poder formatador da Matemática, ao relacionar Matemática e poder, Skovsmose (2007, p. 130) traz reflexões filosóficas acerca do papel da linguagem, considerando-a inspiradora na compreensão da Matemática e aponta que:

Se pensarmos a Matemática como uma linguagem, então a teoria da fala nos convida a refletir sobre o que poderia ser feito por essa linguagem particular. E, além disso, que visões de mundo podem ser discursivamente construídas por meio da Matemática? O que é o mundo, de acordo com a Matemática?

Essa linguagem particular da Matemática, como modelo do fenômeno estudado, segundo Skovsmose (2007), exige que o mesmo seja considerado como integrante do processo que leva à tomada de decisão, onde novos parâmetros podem ser introduzidos, permitindo trabalhar melhor o modelo para facilitar esta decisão.

Ainda em relação à Matemática enquanto linguagem utilizada em diferentes grupos sociais, mostrando sua pluralidade, de acordo com Skovsmose (2007, p. 211), “podemos encontrar Matemática em todo lugar. E podemos encontrar muitos tipos diferentes de Matemática em todo lugar. [...] A Matemática é desenvolvida por muitos diferentes grupos de pessoas em circunstâncias muito diferentes.”

Quanto à visão de mundo que a Matemática ajuda a construir, fazendo uso do aparato da razão, segundo Skovsmose (2007, p. 133), pode gerar construções representadas por modelos, que venham causar maravilhas ou horrores, mostrando desta forma a interação entre Matemática e Poder e que “as pessoas que constroem e que gerenciam o modelo não podem ser responsáveis pelas decisões políticas baseadas no modelo, e os que tomam decisões políticas podem se reportar aos especialistas e ao que os números estão lhe dizendo.”

Ao apontar as incertezas quanto ao uso do ferramental matemático para modelar situações-problema, Skovsmose (2007) indica que as decisões tomadas baseadas em modelos matemáticos necessitam de reflexões. Isto mostra que as reflexões sobre os modelos existentes ou construídos no processo de Modelagem contribuem para uma possível reorientação de todo o processo, caso seja necessário.

2.2 “Nossa concepção” sobre Modelagem Matemática

Diante das diversas concepções / ideias de Modelagem Matemática aqui delineadas, acreditamos ser importante nos manifestarmos em relação a alguns pontos que consideramos essenciais no sentido de assumirmos uma posição enquanto pesquisador / educador.

No presente trabalho, entenderemos Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem e investigação na sala de aula, no qual deve-se priorizar a construção de forma significativa do conhecimento matemático pelos alunos.

Essa forma de trabalhar com Modelagem Matemática pode ser enquadrada na perspectiva de Burak (1992, 1994, 1998, 2004, 2006), para quem o interesse do grupo de pessoas envolvidas, as informações e os dados obtidos no ambiente onde se localiza o interesse do grupo são os dois princípios norteadores para o trabalho com Modelagem Matemática. Assim, o pesquisador sugere para encaminhamento desse trabalho em sala de aula, as seguintes etapas:

- 1) Escolha do tema;
- 2) Pesquisa exploratória;
- 3) Levantamento dos problemas;
- 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema;
- 5) Análise crítica das soluções.

Em relação ao processo de Modelagem no ensino, chamamos a atenção para o papel que o modelo tem nesse processo. Inicialmente, consideramos “modelos” não só formulações e/ou expressões algébrico-geométricas, mas também representações de outra natureza, tais como gráficas, tabulares e ainda inferências explicitadas oralmente, a partir das discussões proporcionadas pelo ambiente de Modelagem.

Assim, consideramos muito importante a formulação / elaboração de “modelos” (dentro dessa visão mais ampliada); entretanto, a sua representação não pode desmerecer / desvalorizar o próprio processo de Modelagem. Este sim deve ser o principal foco do trabalho e deve merecer todos os olhares dos seus “atores”.

Um exemplo interessante nessa discussão é o trabalho com Modelagem Matemática no Ensino Fundamental. Muitos professores podem achar que as limitações do conhecimento matemático nessa etapa educacional acabam por delimitar a construção do modelo matemático em termos algébricos mais acurados, principalmente ao estudar fenômenos mais complexos. Entretanto, acreditamos que na Educação Básica, a maior preocupação docente deve recair sobre a construção do conhecimento matemático por parte dos alunos.

Assim, mesmo que alguns modelos encontrados possam ser considerados simplistas ou reducionistas, no processo de Modelagem certamente ocorrerão discussões / investigações que contribuirão para a exploração de conceitos matemáticos e, principalmente, para a interpretação dos fenômenos e/ou situações-problema investigados.

Ademais, durante o processo de Modelagem, pode surgir a possibilidade de utilização de vários recursos não tradicionalmente explorados na sala de aula, como por exemplo, recursos computacionais para gerar tabelas e gráficos, contribuindo assim para que os alunos façam análises dos dados obtidos ao longo do processo.

Tudo isso corrobora, em nossa visão, para a formação de uma postura de criticidade e reflexividade em nossos alunos. Dentro dessa perspectiva, buscaremos agora, fazer uma conexão entre a Modelagem Matemática e os cenários de investigação que será importante como um referencial teórico para dar suporte à nossa pesquisa.

2.3 A Modelagem Matemática na criação de cenários de investigação

Com base em nossas experiências discente e docente, o que temos visto de mais comum nas salas de aula de Matemática é o professor expondo os conteúdos e os alunos, em seguida, fazendo uma série de exercícios relacionados ao conteúdo exposto.

Este tipo de aula tem sido motivo de reflexões há décadas e, para que haja mudanças, é necessário a iniciativa para começar, o que não é fácil. Ao professor, compete proporcionar aos alunos situações que favoreçam levantar conjecturas; aos alunos, aprender a se libertarem do amuleto intelectual do livro didático em relação à sequência didática proposta.

Não estamos aqui dizendo que não podem existir aulas expositivas nem livros didáticos, mas que é necessário quebrar paradigmas para que mudanças aconteçam de fato. Em nossa opinião, o principal paradigma a ser repensado em relação à sala de aula de Matemática se encontra relacionado às posturas do professor (que deve deixar de ser “transmissor” e deve ser incentivado a apresentar uma postura de “mediador”) e do aluno (que deve deixar de ser “receptor” e deve ser incentivado a apresentar uma postura de “compartilhador”) na construção do conhecimento matemático.

Ainda em relação aos paradigmas a serem quebrados, Skovsmose (2008, p. 23), apresenta uma abordagem investigativa para contrapor o “paradigma do exercício”, que segundo o autor é o paradigma vigente no ensino atual, propondo seis ambientes diferentes de aprendizagem, conforme o quadro abaixo:

Referências básicas	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à Matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Quadro 2: Ambientes de Aprendizagem

Skovsmose (2008, p. 21), ao considerar cenário para investigação como um ambiente que pode proporcionar um trabalho de investigação, nos dá suporte para considerar o ambiente (6) da tabela acima, como um cenário de investigação para se trabalhar com Modelagem Matemática, pois esse ambiente é caracterizado como:

[...] aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. O convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se...?”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto?” do professor representa um desafio, e os “Sim, por que isto...?” dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão em busca de explicações. Quando os alunos assumem o processo de

exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem.

Nesse ambiente de aprendizagem (6), segundo Skovsmose (2008, p. 29-30), “as referências são reais, tornando possível aos alunos produzir diferentes significados para as atividades (e não somente para os conceitos). [...] O pressuposto de que há uma, e somente uma resposta correta não faz sentido.”

Para entendermos melhor o ambiente de aprendizagem (6) como propício para se trabalhar com Modelagem Matemática na perspectiva de criação de um cenário de investigação, utilizamos como exemplo, o “projeto Energia” utilizado por Skovsmose (2008, p. 28) como ilustração:

O projeto Energia concentrou-se sobre o input-output de energia. Como introdução, os estudantes calcularam a quantidade de energia em certos tipos de café da manhã (a energia foi medida em kiloJoule). Então usando fórmulas oriundas de pesquisas sobre esporte, foi calculada a quantidade de energia gasta durante uma determinada viagem de bicicleta. As fórmulas expressavam o uso da energia em função de parâmetros diferentes, como velocidade, tipo de bicicleta e “área frontal” do ciclista. Como medir essa área? Os estudantes desenvolveram um método e concluíram seus cálculos. Dessa forma, eles foram introduzidos à ideia de fazer um modelo de input-output para energia.

Ao trabalhar neste ambiente de aprendizagem, o papel do professor enquanto orientador é de suma importância, pois segundo Skovsmose (2008, p. 36), não há como prever que questões surgirão “quando os alunos estão explorando um cenário”.

Conforme Skovsmose (2008, p. 16), a ação do aluno nesse ambiente de aprendizagem contribui para seu desenvolvimento crítico, e relacionando-o com a Educação Matemática Crítica, deve proporcionar o desenvolvimento da “materiação”, que em seu entendimento, “[...] não se refere apenas a habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática.”

Também relacionando a Modelagem Matemática como um cenário de investigação, Barbosa (2001b) a concebe como um “ambiente de aprendizagem” que se constitui numa oportunidade para indagações dos alunos por meio da Matemática. No entendimento de Barbosa (2001b, p.7), “a investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. É a busca, seleção, organização e manipulação de informações. [...] Pode-se dizer que Modelagem é

uma investigação matemática, pois ela se dá por meio de conceitos, ideias e algoritmos desta disciplina.”

A Modelagem Matemática enquanto ambiente de aprendizagem, conforme Barbosa (2001b), não deve ser associada exclusivamente a projetos, mas deve considerar também atividades que podem ser realizadas em menos tempo e de forma mais simplificada. Ao propor trabalhar as atividades de Modelagem Matemática nesta perspectiva, Barbosa (2001b, p. 8-9) classifica os casos de Modelagem em três formas diferentes, porém, não estanques:

1. **Caso 1:** O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução;
2. **Caso 2:** O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução;
3. **Caso 3:** A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas e também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema.

O quadro abaixo, sugerido por Barbosa (2001b, p. 9), mostra a participação do professor e do aluno em cada caso:

Participação	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	professor / aluno
Simplificação	Professor	professor / aluno	professor / aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	professor / aluno	professor / aluno
Resolução	professor / aluno	professor / aluno	professor / aluno

Quadro 3: Casos de Modelagem

Esta classificação possibilita uma flexibilidade na implementação da Modelagem Matemática enquanto ambiente de aprendizagem, ao permitir que professor e aluno possam transitar pelos diferentes casos, de acordo com as diversas possibilidades de atividades desenvolvidas durante o processo de Modelagem.

O Caso 3 sugerido por Barbosa (2001b) é uma via para o trabalho de projetos e, no próximo capítulo, discutiremos a Modelagem Matemática relacionando-a com a teoria de Projetos de Trabalho. Entretanto, isto não significa que somente pode-se trabalhar com Projetos de Modelagem Matemática dentro do Caso 3. Retomaremos essa discussão em momento oportuno.

2.4 A Modelagem Matemática e algumas recomendações para a formação continuada de professores: reflexões a partir de uma trajetória

Concordamos com Burak (1992, p. 58), ao pensarmos o trabalho com Modelagem Matemática e, de um modo geral, a formação de professores, na seguinte perspectiva:

Preparar o professor consiste em caminhar ao seu lado, orientando-o nas dificuldades e nas dúvidas, proporcionando-lhes condições de crescimento, além de vivenciar experiências que contemplem outras formas de se apresentar os conteúdos matemáticos no 1º e 2º graus, ser capaz de provocar questionamentos, reflexões e desafios para seus alunos.

Esses questionamentos e reflexões coadunam com a corrente sócio-crítica descrita por Barbosa (2001a, p. 29), “cujas atividades buscam abranger o conhecimento de Matemática, de Modelagem e o reflexivo.”

Talvez seja ousado pensar que a Modelagem Matemática direcionada para o ensino de Matemática em todos os níveis, ainda não decolou, apesar de há mais de três décadas vir sendo objeto de estudo. As pesquisas desvelam que a insegurança em trabalhar com o novo e a herança do ensino tradicional que se encontra impregnado no sistema educacional brasileiro têm sido alguns dos obstáculos para a utilização da Modelagem Matemática na sala de aula.

Há que se considerar ainda, o fato de alguns professores / pesquisadores utilizarem a Modelagem Matemática em suas pesquisas acadêmicas, entretanto, muito pouco em sua prática pedagógica, crítica subentendida em Reis (2008). Acreditamos que uma mudança só será possível se esses professores / pesquisadores derem continuidade a seus trabalhos

na sua sala de aula, o que fará com que outros vejam a sua prática e ousem também aplicá-la, não deixando a mensagem implícita de “acreditem no que escrevo, mas não sigam a minha prática rotineira de sala de aula”.

Após essas considerações, procuraremos trazer algumas reflexões concernentes ao uso da Modelagem Matemática em todos os níveis de ensino, principalmente na Educação Básica, esperando contribuir com o professor em formação, fornecendo-o perspectivas interessantes de utilização de Modelagem Matemática em sala de aula. Para tanto, optamos por delinear um pouco da trajetória de pesquisa e prática de um professor / pesquisador que trabalhou com Modelagem Matemática em suas pesquisas de mestrado e de doutorado e, principalmente, continua trabalhando com Modelagem na formação de Professores de Matemática: o Prof. Dr. Dionísio Burak, atualmente atuando no UNICENTRO de Guarapuava – PR e na UEPG de Ponta Grossa – PR.

Conforme Burak (2010b, p. 17), a conclusão no final da década de 1980 dos primeiros trabalhos voltados para o ensino através da Modelagem Matemática, deu início, a nível nacional, à “[...] formação de uma massa crítica a respeito da Modelagem Matemática e suas concepções.”

Quanto ao uso da Modelagem Matemática enquanto alternativa para o ensino de Matemática na Educação Básica, Burak (2010b) considera como marco, sua própria dissertação de mestrado defendida em 1987, na UNESP – Rio Claro, tendo como orientador o Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi, intitulada “Modelagem Matemática: Uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática na 5ª série”.

De acordo com Burak (2010b, p. 16), seu envolvimento com Modelagem Matemática ocorre há mais de duas décadas, na formação de professores, durante o mestrado, o doutorado, após o doutorado, e inclui “[...] orientações no âmbito da pós-graduação lato sensu e stricto sensu e a publicação em eventos específicos da área, que contribuíram para a construção de uma forma de conceber a Modelagem Matemática.”

Em Burak (2010b), há um delineamento de sua trajetória, mostrando as mudanças que ocorreram em sua perspectiva de Modelagem Matemática na Educação Básica, que anteriormente era estritamente ligada à Matemática Aplicada.

Na fase de mestrado, Burak (2010b, p. 18) destaca sua preocupação com a construção do conhecimento matemático pelos alunos, “[...] valendo-se do interesse que o assunto poderia despertar, tornando-os autônomos, capazes de pensar e construir estratégias próprias para resolverem as situações.”

Nessa fase, a forma de encaminhamento das atividades não satisfaz plenamente o pesquisador, mesmo tendo manifestações positivas nos depoimentos dos professores em curso, deixando algumas questões pendentes, dentre as quais Burak (2010b, p. 19) destaca:

- 1) Quais ações e interações entre os envolvidos se estabelecem no trabalho com a modelagem?
- 2) Como os alunos reagem diante de um trabalho que busca formas diferentes de se ensinar matemática?
- 3) Como encaminhar em sala de aula o trabalho com a modelagem matemática?
- 4) Como tratar o conteúdo matemático?
- 5) Como essa forma de trabalho impacta o currículo, o livro texto, os professores, os alunos e os pais?
- 6) Como encaminhar um trabalho com modelagem em que os professores pudessem escolher temas de seus interesses?
- 7) O trabalho em grupo apresenta ganhos significativos no processo de discussão e desenvolvimento das atividades propostas?

Já ao ingressar no doutorado, Burak (2010b, p. 20) esclarece que sua concepção de Modelagem Matemática em relação às questões levantadas acima, já havia amadurecido um pouco mais e que as teorias de ensino e aprendizagem, aliadas à abordagem de pesquisa qualitativa estudada no primeiro ano do doutorado, tiveram uma influência teórica que “[...] favoreceu reflexões para a mudança de perspectiva em relação à Modelagem.”

Destacaremos, agora, alguns trabalhos do pesquisador relacionados ao trabalho com Modelagem com professores. Em Burak (1992), o pesquisador destaca que seu trabalho desenvolvido com os professores, no doutorado, deu-se em dois momentos: num primeiro momento, os professores tiveram contato com a Modelagem e num segundo, alguns professores desenvolveram em suas escolas, as experiências vividas no primeiro momento, tendo o pesquisador como participante, o que deu maior segurança aos envolvidos.

As ações desenvolvidas pelo pesquisador, conforme Burak (1992, p. 51), serviram para eleger dois princípios para utilizar a Modelagem Matemática enquanto método de ensino: “1) Partir do interesse do grupo de pessoas envolvidas; 2) Obter as informações e os dados no ambiente onde se localiza o interesse do grupo.”

Outro destaque muito relevante vem de Burak (1994, p. 50-51), pois o pesquisador defende a escolha de temas como um dos critérios norteadores para a adoção da

Modelagem Matemática, acreditando que venha favorecer o interesse pela Matemática e aconselhando ao professor inexperiente nessa prática: “[...] de início, trabalhar com um tema, decidido em conjunto com a classe, procurando sempre aquele que seja mais significativo”.

Concordamos com o pesquisador, pois acreditamos que os problemas levantados ao explorar o tema, elencarão conteúdos para solucioná-los e isso pode despertar o interesse dos alunos para sua compreensão significativa, numa perspectiva muito próxima de Burak (1992, p. 93-94):

No método da Modelagem Matemática, a compreensão e o significado de cada conteúdo, necessário à solução do problema proposto, adquire uma dimensão mais profunda, através da própria construção desse conhecimento. Esse método de trabalho torna o ensino de Matemática mais vivo, mais dinâmico e extremamente significativo para o aluno.

Se, por um lado, a contextualização do ensino contribui para o despertar do interesse dos alunos, por outro lado, ela exige do professor saber trabalhar em um clima que propicie o desenvolvimento da criatividade dos alunos em sala de aula. Nesse sentido, Pereira (2010, p. 118) enumera algumas recomendações para se estimular a criatividade dos alunos:

1. Dar chance aos alunos de levantar questões;
2. Dar tempo para os alunos pensarem e desenvolverem suas ideias;
3. Criar um ambiente de respeito e aceitação;
4. Estimular a habilidade de explorar consequências para acontecimentos imaginários;
5. Encorajar os alunos a refletirem sobre o que eles gostariam de conhecer melhor;
6. Desenvolver a habilidade de pensar em possibilidades, fazer julgamentos, sugerir modificações e aperfeiçoar suas ideias;
7. Incentivar um desejo de arriscar, experimentar e manipular;

8. Valorizar o trabalho dos alunos, suas contribuições e suas ideias;
9. Permitir que os alunos sigam as diversas etapas do processo criativo de um problema;
10. Proteger o trabalho dos alunos da crítica destrutiva dos colegas.

Acreditamos que esses delineamentos e os próximos capítulos contribuirão para o professor que queira ousar em implementar a Modelagem Matemática em sala de aula, assumindo-a como uma visão de ensino, sabendo que “cada qual constrói o seu caminho e demarca o seu ponto de vista; um ponto de vista que traduza melhor a sua maneira de ser e de estar, colocar o seu saber em função do desenvolvimento da geração jovem para um mundo mutante com menos injustiça” (SANTOS, 2003, p. 115).

Capítulo 3

PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA INTERSEÇÃO ENTRE PROJETOS DE TRABALHO E MODELAGEM MATEMÁTICA

“O projeto não é uma simples representação do futuro, do amanhã, do possível, de uma ideia; é o futuro a fazer, um amanhã a concretizar, um possível a transformar em real, uma ideia a transformar em ato.”

Jean Marie Barbier

3.1 Um breve diálogo entre Projetos de Trabalho e Modelagem Matemática

Iniciaremos o presente capítulo, apresentando um pouco sobre os Projetos de Trabalho. Optamos por utilizar tal denominação para generalizar o que também é chamado, por alguns autores, de Teoria de Projetos e Pedagogia de Projetos. Nosso objetivo, ao final do capítulo, é fazer uma interação entre os Projetos de Trabalho e a Modelagem Matemática, apresentando alguns Projetos de Modelagem Matemática.

Hernández e Ventura (1998) defendem uma proposta para o ensino e aprendizagem, em geral, baseada nos Projetos de Trabalho, que vinculados ao conhecimento globalizado (que se manifesta no surgimento de diversas informações) e relacional (que se manifesta nas relações entre essas diversas informações), têm como função proporcionar a criação de estratégias, no cotidiano escolar, de tal forma que a organização dos conhecimentos escolares baseada no tratamento da informação e entre os diferentes conteúdos que forem surgindo em torno de problemas ou hipóteses facilite aos alunos a construção de seus conhecimentos.

Esta globalização como organização dos saberes tem o seu sentido apontado por Hernández e Ventura (1998, p. 47) de uma forma que extrapola os muros escolares, da seguinte forma:

[...] é uma questão que vai além da escola, e que possivelmente, na atualidade, motivada pelo desenvolvimento das ciências cognitivas, esteja recebendo um novo sentido, centrando-se na forma de relacionar os

diferentes saberes, em vez de preocupar-se em como levar adiante sua acumulação. Não obstante, o problema não parece ser de competências ou especificidade de saberes, e sim de como realizar a articulação da aprendizagem individual com os conteúdos das diferentes disciplinas.

Nessa perspectiva, o tema ou problema abordado em um projeto, ao atrair a convergência de conhecimentos, favorece o saber relacional, pois segundo Hernández e Ventura (1998, p. 48):

[...] o caminho do conhecimento implica busca e aprofundamento das relações que seja possível estabelecer em torno de um tema, relações tanto procedimentais como disciplinares; mas também do desenvolvimento da capacidade de propor-se problemas, de aprender a utilizar fontes de informação contrapostas ou complementares, e saber que todo ponto de chegada constitui em si um novo ponto de partida.

Consideramos de grande relevância o desenvolvimento dessas capacidades de proposição / aprendizagem no trabalho com projetos pois, também ao se trabalhar com Modelagem Matemática, a interação com um determinado tema ou problema requer a competência em saber relacionar as informações no processo de Modelagem, o que envolve a intuição e a criatividade.

Na perspectiva do conhecimento globalizado, Hernández e Ventura (1998, p. 49-50), apontam as seguintes argumentações a favor do desenvolvimento de propostas globalizadoras ou planejamentos interdisciplinares nas aprendizagens escolares:

1. [...] A impossibilidade de conhecer tudo originou a necessidade de aprender como se relaciona o que se conhece, e a estabelecer sua vinculação com que o aluno pode chegar a conhecer;
2. [...] Criação de contextos de ensino que, partindo dos níveis de desenvolvimento dos alunos, lhes apresente situações de aprendizagem caracterizadas por sua significatividade e funcionalidade, de maneira que cada estudante possa aprender a aprender;
3. [...] Referência interdisciplinar na prática didática da classe.

Quanto à globalização sob o ponto de vista escolar, Hernández e Ventura (1998, p. 51) detectam pelo menos três sentidos diferentes nas práticas dos que ensinam: "somatório de matérias, interdisciplinaridade e estrutura de aprendizagem." A caracterização de cada um destes sentidos é assim feita por Hernández e Ventura (1998, p. 53-56):

1. Somatório de matérias: É o professorado quem proporciona as fontes de informação e que estabelece as relações que os estudantes vão levar adiante;
2. Interdisciplinaridade: Cada professor procura dar sua visão do tema e o estudante volta a encontrar-se com a idéia de que globalizar seja somar informação disciplinar, ainda que gire em torno de um mesmo enunciado;
3. Estrutura de aprendizagem: Esse enfoque se fundamenta nas referências apresentadas pela proposta construtivista da aprendizagem e no desenvolvimento de um ensino baseada no estabelecimento de relações estruturais e críticas entre as diferentes fontes de informação que aporta e recebe o estudante.

Ao pensar em propostas que organizem os conhecimentos escolares trazendo maior flexibilidade, abertura ao planejar, bem como no momento de colocar em prática, Hernández e Ventura (1998, p. 60) defendem a “organização dos conhecimentos escolares através de Projetos”, por ilustrar o enfoque da globalização e seu papel na aprendizagem.

Baseado neste enfoque, pretende-se através dos Projetos de Trabalho, segundo Hernández e Ventura (1998, p.62), “buscar a estrutura cognoscitiva, o problema eixo, que vincula as diferentes informações, as quais confluem num tema para facilitar seu estudo e compreensão por parte dos alunos.”

Dentre as fundamentações teóricas para se trabalhar com Projetos de Trabalho, de acordo com Hernández e Ventura (1998, p. 62-63), podemos destacar os seguintes princípios que justificam tal trabalho:

1. Um sentido de aprendizagem que quer ser significativo;
2. A atitude favorável para o conhecimento;
3. Configura-se a partir da previsão, por parte dos docentes, de uma estrutura lógica e sequencial dos conteúdos, numa ordem que facilite sua compreensão;
4. Realiza-se com um evidente sentido de funcionalidade do que se deve aprender;
5. Valoriza-se a memorização compreensiva de aspectos da informação;

6. Analisar o processo seguido ao longo de toda a sequência e das inter-relações criadas na aprendizagem.

Ao relacionar o problema eixo do trabalho com projetos com a sua fundamentação teórica de “funcionalidade do que se deve aprender”, Hernández e Ventura (1998) estabelecem, de certa forma, uma conexão com as situações-problema que são trabalhadas em Modelagem Matemática. Nesse sentido, acreditamos, como Burak (1987, p. 20-21), que deve ser dado ao aluno:

[...] mais liberdade para raciocinar, conjecturar, estimar e dar vazão ao pensamento criativo estimulado pela curiosidade e motivação. O ensino através da modelagem procura propiciar o emergir de situações-problema as mais variadas possíveis, sempre dentro de um contexto fazendo com que a matemática estudada tenha mais significado para o aluno.

Na perspectiva de Burak (1987), as situações-problema favorecem um aprendizado seguindo a lógica do fazer para aprender contrapondo-se ao aprender para fazer, tornando significativo o conteúdo elencado da situação.

Julgamos também importante, nesse momento, discutirmos um pouco mais sobre alguns significados da palavra “projeto” que podem ser interessantes ao pensarmos em Projetos de Modelagem Matemática.

Ao introduzir a ideia de projeto, Machado (2002, p. 63) destaca o uso desta palavra associando-a “tanto ao trabalho do arquiteto ou do engenheiro quanto aos trabalhos acadêmicos ou aos planos de ação educacional, política ou econômica”, tendo como ingredientes fundamentais para entender seu significado, o futuro e a abertura para o novo.

Machado (2002, p. 63), ao dar significado ao projeto como uma antecipação, fazendo referência ao futuro, busca distingui-lo:

[...] de uma previsão, uma prospectiva, ou uma conjectura, que são, muitas vezes, efetivamente, representações antecipadoras, mas que não dizem respeito, de modo algum, a um futuro a realizar, anunciando simplesmente acontecimentos suscetíveis de ocorrer, ou uma previsão sobre evoluções possíveis do real passíveis de serem consideradas na elaboração das estratégias dos atores, mas que não se constituem necessariamente em realizações dos mesmos. Por outro lado, uma concepção rigorosamente determinística do real elimina completamente a ideia de projeto; o segundo elemento constituinte de tal ideia é a permanente abertura para o novo, para o não-determinado, para o universo das possibilidades, da imaginação, da criação.

Ao relacionar a palavra projeto com outras palavras como sujeito, objeto, trajeto, Machado (2002, p. 64) acrescenta:

Todas têm um significado relativamente ambíguo, que talvez seja mais explícito em sujeito, que tanto designa o que é submetido à ação, quase equivalente a objeto, quanto o que submete, o que realiza ação; entretanto, também objeto pode nomear tanto o objetivo de uma ação de transformação do real quanto à porção da realidade na qual tal ação se efetua; trajeto pode nomear, igualmente, o caminho já percorrido ou a percorrer. No caso do projeto, a palavra designa igualmente tanto aquilo que é proposto realizar-se quanto o que será feito para atingir tal meta.

A seguir, destacaremos alguns elementos essenciais presentes nos Projetos de Trabalho e também em Modelagem Matemática.

3.2 As questões do Tema e dos Cenários para Investigação

Uma questão central na discussão que até aqui trouxemos é o tema de um projeto a ser trabalhado. Para caracterizar a importância do tema, Hernández e Ventura (1998, p. 47) apontam que é “o tema ou o problema o que reclama a convergência de conhecimentos.”

Tendo em vista a preocupação com o interesse do educando, Hernández e Ventura (1998, p. 67-68) recomendam que “o professorado e os alunos devem perguntar-se sobre a necessidade, relevância, interesse ou oportunidade de trabalhar um ou outro determinado tema”, e que não há impedimento para “que os docentes também possam e devam propor aqueles temas que considerem necessários, sempre e quando mantenham uma atitude explicativa similar à que se exige dos alunos.”

O tema serve para conduzir o ensino sem a preocupação com a rigidez na sequência dos conteúdos. Novamente, retomamos Burak (1987, p. 18) ao afirmar que: “a situação-problema determina o conteúdo a ser estudado e isto parece ser muito positivo, pois a sucessão de situações-problema experimentadas e vivenciadas pelo aluno acabarão por formar-lhe um espírito crítico e aberto às novas experiências.”

Acreditamos que essa postura rompe com o cotidiano escolar tradicional e com a forma usual de se pensar o ensino de Matemática a partir dos conteúdos polarizadores e não a partir de temas problematizadores.

Baseando-se em Hernández e Ventura (1998), Malheiros (2008, p. 62) destaca, no cenário do tema:

[...] o estabelecimento de hipóteses em termos do que deve ser investigado, quais questões devem ser respondidas, dentre outras delimitações necessárias. Com isso, o docente, em conjunto com os alunos, poderá especificar qual será o fio condutor do projeto e partir em busca de materiais, informações, dados, etc. Além disso, ele deverá ajudar os estudantes na seleção de informações e, para isso, muitas vezes, é necessário que ele estude o assunto que está sendo pesquisado, e também questione os estudantes sobre os dados, para possibilitar, com isso, que os discentes produzam novos conhecimentos sobre o tema. Neste sentido, o professor passa a ser o mediador do processo, estabelecendo o elo de ligação entre alunos e conhecimento.

Acreditamos que, ao trabalharmos com Projetos de Modelagem Matemática, a interação com o tema permite um melhor entendimento da situação-problema, favorecendo todo o processo de Modelagem. Essa familiarização com o tema também contribui para a criação de um cenário de investigação e para a interdisciplinaridade.

Segundo Skovsmose (2008, p. 21), “um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações.” Nesse cenário constituído como ambiente de aprendizagem, o autor considera os alunos responsáveis pelo processo de explicação e exploração.

Assim, reafirmamos nossa posição de destacar o ambiente de aprendizagem do tipo (6) caracterizado por Skovsmose (2008), por permitir um cenário para investigação com referência à realidade e organizado como Projetos de Trabalho associados à Modelagem Matemática.

Dentro dessa perspectiva, o que importa é que “as referências são reais, tornando possível aos alunos produzir diferentes significados para as atividades (e não somente para os conceitos).” (SKOVSMOSE, 2008, p. 29-30)

Logo, nosso recorte teórico na presente pesquisa, recai sobre os Projetos de Modelagem Matemática na criação de tais cenários.

3.3 As questões da Interdisciplinaridade e da Criatividade

Ao trabalharmos com Projetos de Trabalho e com Modelagem Matemática, uma questão que sempre surge são as possibilidades de um trabalho interdisciplinar a partir de um certo tema.

Em relação ao aspecto interdisciplinar ao se investigar um tema, Tomaz e David (2008, p. 26-27) destacam a relação desse aspecto diretamente com a prática pedagógica, nos seguintes termos:

Nossa concepção se aproxima mais da ideia de interdisciplinaridade como uma possibilidade de, a partir da investigação de um objeto, conteúdo, tema de estudo ou projeto, promover atividades escolares que mobilizem aprendizagens vistas relacionadas, entre as práticas sociais das quais alunos e professores estão participando, incluindo as práticas disciplinares. [...] A interdisciplinaridade assim é analisada na ação dos sujeitos quando participam, individualmente ou coletivamente, em sistemas interativos.

Ainda segundo Tomaz e David (2008), as normas, os efeitos e as relações existentes nesses sistemas interativos conduzem a possibilidades e restrições. Buscaremos levantar algumas destas possibilidades e restrições no trabalho com Projetos de Modelagem Matemática descritos a seguir.

Outro aspecto interessante relacionado não só ao tema, mas a todo o desenvolvimento de um projeto é a criatividade. Para que os projetos não percam sua potencialidade transformadora, muito mais do que leis e estabelecimento de planos de ação, deve-se propiciar a emergência da imaginação criadora.

Machado (2002, p. 65), ao relacionar projeto com a ideia de criação, destaca que a “ideia de design enquanto projeto em seu sentido mais legítimo deve ser associada à singular mediação realizada entre a criação individual e a intenção de reprodução, de imersão no imaginário coletivo.”

Esta criação individual é fundamental para o desenrolar de um Projeto de Modelagem Matemática.

3.4 Apresentando alguns Projetos de Modelagem Matemática

Malheiros (2008, p. 65) destaca que alguns autores consideram Modelagem Matemática e Trabalho de Projetos como enfoques pedagógicos similares no contexto da Educação Matemática. Entretanto, a autora pondera:

Para mim, esta visão é válida dependendo da concepção de Modelagem adotada, isto é, só considero que tal semelhança ocorre quando o tema eleito para a investigação surge do interesse dos alunos ou quando este é definido a partir de uma negociação pedagógica na qual os estudantes têm voz, são ouvidos e, conseqüentemente, seus interesses também prevalecem. Neste contexto, considero que são elaborados, então, projetos de Modelagem.

Essa perspectiva de elaboração de Projetos de Modelagem Matemática apontada por Malheiros (2008) destaca a importância fundamental do aluno, uma vez que há o envolvimento do aluno em todas as fases, despertando o seu interesse e, onde há interesse, surge o esforço para alcançar os objetivos propostos. Malheiros (2008, p. 59), no intuito de caracterizar a importância do interesse do aluno, destaca que ao trabalhar com projetos “pode ser mais interessante que a busca por algo parta do aluno, e cabe ao professor negociar, estimular os estudantes a se interrogarem sobre o que desejam explorar, apresentando propostas e encaminhamentos.”

Mesmo considerando esta perspectiva muito interessante, optamos, na presente pesquisa, por desenvolver Projetos de Modelagem Matemática apresentando inicialmente o tema. Essa escolha encontra apoio em Andrade (2003, p. 75) que destaca:

A nosso ver, na aprendizagem por projetos o tema pode estar inserido no currículo, na disciplina, ser proposto pelo professor ou até pela escola, por se tratar de um tema emergente (como foi o tema “Brasil 500 Anos” no ano 2000), mas pelo menos o problema deve ser do aluno.

Dentro das perspectivas aqui delineadas sobre possíveis interações entre Projetos de Trabalho e Modelagem Matemática, podemos pensar em uma temática que acreditamos ter um grande potencial para a criação de cenários de investigação na sala de aula do Ensino Fundamental: “Transporte Público”.

Dentro dessa grande temática, proporemos o desenvolvimento de 2 (dois) temas / situações-problema que, a princípio, acreditamos ter um grande potencial didático pensando no processo de ensino e aprendizagem de Funções, especialmente no Ensino Fundamental.

3.4.1 O preço de uma corrida de táxi

Nessa problemática, podemos perceber uma possível convergência de conhecimentos a partir do “taxímetro”, favorecendo a interdisciplinaridade, de tal forma que o processamento das informações poderá permitir tanto conhecer o funcionamento técnico do equipamento, quanto saber relacionar as diversas informações, tendo em vista a produção do conhecimento matemático.

A capacidade de saber processar as informações ao interagir com o tema pode possibilitar, através da interdisciplinaridade, selecionar quais variáveis serão relevantes

para analisar questões problematizadoras, permitindo também levantar outras questões a partir das primeiras. A interdisciplinaridade pode florescer em questões que envolvem desde mecânica de automóveis até questões econômicas.

Acreditamos que o projeto proporcionará um cenário para investigação que pode conduzir a possibilidades e restrições. As possibilidades referem-se a outras questões que podem ser respondidas com os novos conhecimentos que foram produzidos. Já as restrições podem aparecer ao longo do processo ou ao seu final, podendo se referir ao fato de se obter ou não respostas satisfatórias às questões levantadas.

Devido ao fato do projeto fazer referência a fatos reais e de relevância social e econômica, acreditamos que despertará o interesse que é essencial para gerar o gosto pela Matemática, uma vez que as questões investigadas mostrarão a sua aplicabilidade e as contribuições para o desenvolvimento da criticidade.

O projeto permitirá lidar com problemas simples ou mais sofisticados, o que vai depender do nível de ensino em que será implementado.

3.4.2 O preço do combustível na bomba

Nessa problemática, há também o favorecimento à interdisciplinaridade, uma vez que para responder às questões levantadas, haverá a necessidade de processar as informações de outras áreas do conhecimento. No caso, a partir da “bomba” de combustível, podemos buscar uma convergência de conhecimentos relacionando desde o preço dos combustíveis até questões ambientais.

Esse projeto, por proporcionar um convite para que investigações matemáticas sejam feitas com referência na realidade, caracteriza-se também como um cenário para investigação. Por fazer referência a fatos reais e de relevância social e econômica, acreditamos que o projeto contribuirá para desenvolver a criticidade, por envolver questões ambientais e financeiras na era de veículos *flex* que vivemos.

Dependendo do nível de escolaridade, o projeto também permitirá lidar com problemas simples ou mais sofisticados.

A flexibilidade em trabalhar com questões simples ou mais complexas também servirá para os primeiros contatos com Projetos de Modelagem na perspectiva de um Cenário para Investigação, na medida em que os projetos forem sendo implementados na sala de aula, contribuindo para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Capítulo 4

APRESENTANDO NOSSA PESQUISA EM SEU CONTEXTO

“Como realizar uma pesquisa na área das Ciências Sociais se passamos boa parte de nossas vidas trabalhando com as Ciências Exatas?”

Jussara de Loiola Araújo e Marcelo de Carvalho Borba

4.1 Retomando nossa Questão de Investigação

As discussões sobre Modelagem Matemática, Cenários de Investigação e Projetos de Trabalho realizadas nos capítulos anteriores nos permitiram elaborar a seguinte questão passível de investigação:

O que evidencia o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática na perspectiva da criação de cenários de investigação em sala de aula para a formação continuada de Professores de Matemática?

A partir dessa questão, traçamos alguns objetivos e planejamos algumas diretrizes metodológicas.

4.2 Retomando nossos Objetivos

De uma forma geral, intentamos apresentar / discutir a Modelagem Matemática e os Cenários de Investigação como tendências da Educação Matemática.

Mais especificamente, objetivamos identificar algumas contribuições da Modelagem Matemática para a formação continuada de Professores de Matemática a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a diversos conteúdos de Funções trabalhados no Ensino Fundamental.

4.3 Retomando nossa Metodologia de Pesquisa

Para buscar responder à nossa questão de investigação, optamos pela realização de uma investigação qualitativa, assim caracterizada por Borba e Araújo (2006, p. 24-25):

1. Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
2. A investigação qualitativa é descritiva;
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados;
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Basicamente, podemos enquadrar nossa investigação como qualitativa em seus objetivos e métodos, uma vez que objetivamos identificar contribuições da Modelagem Matemática para a formação continuada de Professores de Matemática a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de Projetos de Modelagem Matemática.

A natureza qualitativa também se justifica pela nossa concepção de Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem e investigação, constituindo-se assim, em um ambiente “natural” para se tornar uma fonte de coleta de dados, na perspectiva de Borba e Araújo (2006).

Inicialmente, realizamos uma pesquisa bibliográfica sobre Modelagem Matemática, Cenários de Investigação e Projetos de Trabalho, na perspectiva da Educação Matemática, que serviu como nosso referencial teórico, delineado nos capítulos anteriores.

Nossa pesquisa de campo foi realizada com Professores de Matemática dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior, a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a diversos conteúdos de Funções trabalhados no Ensino Fundamental.

Apresentaremos, agora, um detalhamento / apresentação do contexto da pesquisa de campo.

4.4 Apresentando o contexto da pesquisa

A pesquisa foi realizada no 2º semestre letivo de 2010, na disciplina “Modelos e Modelagem Matemática”, disciplina eletiva do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, ministrada pelo Prof. Dr. Frederico da Silva Reis, orientador de nossa pesquisa, em conjunto com a Profª. Dra. Regina Helena de Oliveira Lino Franchi.

A ementa da disciplina compreendeu os seguintes tópicos: “Modelagem Matemática no âmbito educacional; O estudo de modelos clássicos e a evolução de modelos conceituando técnicas matemáticas e métodos estatísticos utilizados; O desenvolvimento, realização e avaliação de atividades de Modelagem Matemática voltadas à sala de aula”.

A carga horária da disciplina foi de 60 (sessenta) horas, ministradas no turno da tarde das 6^{as} feiras, de agosto a dezembro de 2010.

Haviam 9 (nove) alunos matriculados na disciplina: 3 (três) alunos regularmente matriculados no Mestrado Profissional em Educação Matemática e 6 (seis) alunos matriculados de forma isolada.

Esses 6 (seis) alunos eram Professores de Matemática dos mais variados níveis e foram convidados a (e aceitaram) participar de nossa pesquisa. Portanto, eles são o que, a partir de agora, denominaremos de “professores participantes” ou simplesmente “participantes” de nossa pesquisa.

Dentre nossos 6 (seis) professores participantes, podemos destacar que:

- 3 (três) eram homens e 3 (três) eram mulheres (destacando que, a partir de agora, na descrição dos participantes, optaremos por nos referir a todos no gênero masculino);
- Todos eram formados em universidades públicas: 4 (quatro) na Universidade Federal de Ouro Preto e 2 (dois) na Universidade Federal de Minas Gerais;
- 1 (um) era professor atuante no Ensino Fundamental, 3 (três) eram professores atuantes no Ensino Médio, 1 (um) era professor atuante nos Ensinos fundamental e Médio e 1 (um) era professor atuante no Ensino Superior;

- 1 (um) tinha menos de 5 (cinco) anos de experiência docente, 3 (três) tinham entre 5 (cinco) e 10 (dez) anos, 1 (um) tinha entre 10 (dez) e 15 (quinze) anos e 1 (um) tinha mais de 20 (vinte) anos em sala de aula (lecionando tanto Matemática como Física).

Cabe destacar que optamos por não incluir os 3 (três) alunos regularmente matriculados como “participantes” de nossa pesquisa, pois no 1º encontro (descrito a seguir), eles se encontravam ausentes, por estar participando de um evento acadêmico-científico para estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Entretanto, eles participaram do 2º encontro (descrito a seguir), mesmo não respondendo a nossos Questionários Inicial e Final (descritos nos instrumentos metodológicos de pesquisa).

4.5 Descrevendo os encontros com os professores participantes da pesquisa

Realizamos 3 (três) encontros com os professores participantes de nossa pesquisa: 2 (dois) com 4 (quatro) horas de duração cada um, dentro da carga horária da disciplina “Modelos e Modelagem Matemática”, a qual possuía em seu conteúdo programático (elaborado conforme a ementa já citada) “o desenvolvimento, realização e avaliação de atividades de Modelagem Matemática voltadas à sala de aula”; 1 (um) que se constituiu num momento de realização de entrevistas, com 1 (uma) hora de duração.

O 1º encontro aconteceu no dia 03 de setembro de 2010. Nesse encontro, não contamos com a presença dos professores responsáveis pela disciplina nem dos alunos regularmente matriculados.

No início do encontro, os participantes tomaram conhecimento de como seria a dinâmica do trabalho naquele dia e, uma vez acordada a forma de conduzir as atividades, apresentamos então como foi realizada a dinâmica desse trabalho.

Inicialmente, solicitamos aos participantes o preenchimento imediato do Questionário Inicial (descrito nos instrumentos metodológicos de pesquisa).

A seguir, apresentamos os principais aspectos do nosso referencial teórico como forma de dar sustentação ao desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática na sala de aula, bem como levar os participantes a refletirem um pouco sobre as respostas que eles haviam dado às questões do Questionário Inicial.

Iniciamos apresentando o título de nossa pesquisa “A prática da Modelagem Matemática como um cenário de investigação na formação continuada de Professores de Matemática” justificando esta escolha por acreditarmos que a utilização da Modelagem no

ensino e aprendizagem de Matemática só será possível se o professor praticar a Modelagem para além de um conhecimento teórico, dentro da ideia de que “se aprende Modelagem fazendo Modelagem”.

Em seguida, apresentamos algumas concepções de Modelagem Matemática e Cenários de Investigação, para que os participantes pudessem refletir sobre as possibilidades que existem, e também como um breve referencial teórico para aqueles que querem trabalhar conteúdos de Matemática, tendo um currículo a ser seguido, mas que querem implementar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.

Procuramos destacar a história da Modelagem Matemática no Brasil e que as várias concepções convergem para o fato de que a Modelagem pode contribuir para além do ensino e aprendizagem da Matemática, provocando uma interação entre corpo docente e corpo discente na produção do conhecimento (BIEMBENGUT, 2009).

Apresentamos a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e da Matemática Aplicada, mostrando o papel do modelo matemático nessas duas perspectivas, procurando enfatizar o processo sem descartar a importância do modelo e a sistematização do conhecimento.

No processo de Modelagem Matemática, destacamos as várias formas de representação do modelo e o uso dos recursos computacionais na sua construção, dando exemplo de nossa atuação em sala de aula, bem como a importância de uma análise crítica desse modelo na tomada de decisões, o que contribui para formação de um cidadão crítico.

Na abordagem de Cenários para Investigação, enfatizamos o que é um ambiente de aprendizagem e, ao destacarmos a Modelagem Matemática enquanto ambiente de aprendizagem, detalhamos os três casos apontados por Barbosa (2001b), que descrevem o nível de participação de professor e aluno em cada um deles, o que favorece a flexibilidade para o uso da Modelagem Matemática na sala de aula, dentro da perspectiva da Educação Matemática.

Como o Caso 3 de Barbosa (2001b) refere-se a trabalho de projetos, refletimos sobre a teoria de Projetos de Trabalho, destacando potencialidades, dificuldades e mostrando aos participantes o que caracteriza as atividades das quais eles estavam participando naquele momento como Projetos de Modelagem Matemática. Para enriquecer as discussões, buscamos também destacar alguns exemplos de sala de aula vivenciados em nossa experiência docente.

A seguir, ressaltamos a importância do tema ao trabalharmos com Projetos de Modelagem Matemática, nas perspectivas de Hernández e Ventura (1998) e Malheiros

(2008). Lembramos que a interação com o tema possibilita uma melhor abordagem da situação-problema, favorece o próprio processo de matematização dos dados e, portanto, influencia diretamente na formulação do modelo matemático. Assim, a familiarização com o tema também contribui para a criação de um cenário de investigação e para a interdisciplinaridade.

Destacamos então, a importância da participação dos alunos na escolha do tema. Entretanto, para os nossos propósitos de pesquisa, optamos por fornecer dois temas para os participantes naquele momento, justificando que trata-se de temas que podem ser trabalhados, por exemplo, no 9º ano do Ensino Fundamental, já que eram relacionados a Funções associadas a um polinômio do 1º grau. Logo, acreditamos que eles seriam de interesse de todos os participantes, mesmo aqueles que não eram professores do Ensino Fundamental, pois as discussões e as situações de sala de aula propiciadas pelos projetos poderiam ser estendidas a outros níveis de ensino.

Uma vez realizadas estas reflexões, houve uma divisão espontânea dos participantes em 2 (dois) grupos de 3 (três), sendo que um grupo escolheu como tema “O preço de uma corrida de táxi” e outro grupo escolheu como tema “O preço do combustível na bomba”.

Em seguida, os grupos começaram a interagir com os temas, procurando levantar questões para serem investigadas, tendo o pesquisador sempre presente nas discussões ora de um grupo ora de outro, apontando a importância dos grupos pensarem em formas de interação no desenvolvimento dos temas, em possíveis dados a serem coletados, matematizados e, finalmente, em possíveis modelos a serem obtidos e validados, até mesmo com a utilização de recursos computacionais.

O “grupo do táxi” questionou como as variáveis distância e tempo entrariam na composição do preço, sendo por nós orientados a tomar um táxi, observar os valores no taxímetro e pesquisar sobre seu funcionamento.

Já o “grupo do combustível” achou muito simples a questão da determinação do preço por litro de combustível e passou a levantar outras questões a serem investigadas. Também orientamos o grupo a pesquisar postos de gasolina e comparar “promoções”.

Para ambos os grupos, foi acordado um prazo de duas semanas para interagirem com os temas, apresentarem dados coletados e trabalharem na construção de modelo(s) matemático(s) proposto(s) para responder a questionamentos levantados.

O 2º encontro aconteceu no dia 17 de setembro de 2010. Nesse encontro, contamos com a presença dos professores responsáveis pela disciplina e também dos alunos

regularmente matriculados, que procuraram observar a dinâmica dos trabalhos e interagiram à medida que os grupos apresentavam os resultados de suas pesquisas.

Os participantes demonstraram um grande empenho no desenvolvimento dos temas e deixaram para este dia, a construção coletiva do modelo matemático, uma vez que já traziam suas pesquisas individuais também. Portanto, iniciamos o encontro dividindo os grupos para a conclusão dos trabalhos.

Cada grupo apresentou seu projeto (cujo relatório segue descrito a seguir), permitindo a interação de todos os presentes.

Ao final do 2º encontro, solicitamos aos participantes o preenchimento (em casa) do Questionário Final (descrito nos instrumentos metodológicos de pesquisa), o qual foi recolhido posteriormente.

O 3º encontro ocorreu no dia 08 de outubro de 2010, quando realizamos entrevistas com cada um dos grupos, podendo qualquer um dos integrantes do grupo responder às questões, direta ou complementarmente. A entrevista com cada grupo durou cerca de meia hora e seu roteiro também será descrito nos instrumentos metodológicos de pesquisa.

4.6 Apresentando os relatórios dos grupos

Descrevemos, agora, os relatórios dos Projetos de Modelagem Matemática elaborados pelos grupos.

4.6.1 Projeto: O preço de uma corrida de táxi

Para a construção do modelo matemático, o grupo iniciou organizando as informações obtidas com um taxista da cidade de Belo Horizonte – MG, durante uma corrida de táxi realizada por um dos integrantes do grupo, na qual foram coletados dados fornecidos pelo taxímetro e por uma tabela de valores da BHTrans, órgão responsável pela fiscalização do trânsito e pela fixação dos valores das tarifas de transporte público.

As informações fornecidas pelo taxista estão descritas a seguir:

1. Preço do km rodado (na Bandeira 1, que vale de 06:00 às 20:00 h): R\$ 2,10
2. Preço do km rodado (na Bandeira 2, que vale de 20:00 às 06:00 h): R\$ 2,52
3. Bandeirada inicial: R\$ 3,40
4. Preço da hora parada: R\$ 19,90

Ao ser indagado sobre o fato de que as mudanças dos valores no taxímetro ocorrem de R\$ 0,20 em R\$ 0,20, o taxista informou que, no taxímetro, a cada 100 m é cobrado R\$ 0,20. Esse valor foi estipulado para poder facilitar o troco para clientes que certamente reclamariam da inexatidão no troco dado pelos taxistas, caso as mudanças ocorressem de R\$ 0,21 em R\$ 0,21.

Entretanto, o integrante do grupo verificou na tabela da BHTrans fixada num dos vidros traseiros do táxi e, de fato, o valor do km rodado na Bandeira 1 era de R\$ 2,10. O integrante logo pensou em trazer esta discussão para o grupo.

Outra informação “técnica” fornecida pelo taxista é que o taxímetro é ligado no diferencial e não no odômetro. Assim, a distância percorrida numa corrida é aferida de acordo com o “aro” da roda de cada veículo. Logo, cada táxi deve passar por uma fiscalização periódica em um órgão local filiado ao INMetro.

Ao serem compartilhadas essas informações, o grupo decidiu estabelecer a seguinte questão geral de investigação:

Como se calcula o valor da corrida de táxi?

Entretanto, o grupo decidiu também elaborar questões específicas para cada nível de ensino, pois chegou à conclusão de que o projeto poderia ser implementado nos níveis fundamental, médio e superior, obviamente, com diferenciações na exploração dos conteúdos e na elaboração dos modelos matemáticos.

Para o 9º ano do Ensino Fundamental, o grupo estabeleceu a seguinte questão motivadora:

O preço fornecido no taxímetro é compatível com as informações fornecidas pelo taxista e pela tabela estabelecida pela BHTrans?

Apresentamos a seguir, todos os cálculos que o grupo realizou para a construção de modelos matemáticos, visando responder às questões acima propostas.

Inicialmente, o grupo observou que, se o valor do km rodado na Bandeira 1 é, de fato, R\$ 2,10 (conforme tabela da BHTrans) mas, que se as mudanças nos valores do taxímetro ocorrem de R\$ 0,20 em R\$ 0,20, então, tais mudanças não podem ocorrer a cada 100 m, pois isso faria com que o preço do km rodado fosse R\$ 2,00 e não R\$ 2,10.

Assim, uma regra de três simples mostra que as mudanças nos valores do taxímetro devem ocorrer, de fato, a cada 95 m (aproximadamente) e não a cada 100 m, pois:

<u>R\$</u>	<u>m</u>
0,20	— x
0,21	— 100

$$\underline{\underline{x \cong 95,24 \text{ m} < 100 \text{ m}}}$$

O grupo decidiu então, modelar duas funções diferentes para representar essa situação de discrepância entre valores informados e cobrados.

Primeiramente, o grupo elaborou um chamado “modelo teórico”, construído com base naquilo que foi informado pelo taxista (no taxímetro, a cada 100 m é cobrado R\$ 0,20) e que se verificou que não era condizente com a prática (a mudança ocorre, na realidade, a cada 95 m). Logo, “na teoria”, o valor a ser cobrado a cada 100 m deveria ser de R\$ 0,20.

Modelo Teórico: $y_t = 0,20 \cdot (x/100) + 3,40$

Significadores:

$x \rightarrow$ Distância em metros

$y_t \rightarrow$ Preço cobrado em R\$ (não considerando tempos de eventuais paradas)

Cálculos:

Se $x = 0 \rightarrow y_t = 3,40$

Se $x = 100 \rightarrow y_t = 3,60$

Se $x = 200 \rightarrow y_t = 3,80$

Se $x = 1000 \rightarrow y_t = 5,40$

Se $x = 2000 \rightarrow y_t = 7,40$

Em seguida, o grupo elaborou um chamado “modelo prático”, construído com base naquilo que realmente acontece, isto é, independentemente do fato das mudanças nos valores do taxímetro ocorrerem de R\$ 0,20 em R\$ 0,20, o valor real do km rodado na Bandeira 1 é de R\$ 2,10. Logo, “na prática”, o valor a ser cobrado a cada 100 m é, exatamente, de R\$ 0,21.

Modelo Prático: $y_p = 0,21 \cdot (x/100) + 3,40$

Significadores:

$x \rightarrow$ Distância em metros

$y_p \rightarrow$ Preço cobrado em R\$ (não considerando tempos de eventuais paradas)

Cálculos:

Se $x = 0 \rightarrow y_p = 3,40$

Se $x = 100 \rightarrow y_p = 3,61$

Se $x = 1000 \rightarrow y_p = 5,50$

Na sequência, o grupo apresentou uma representação gráfica de cada um dos modelos (aqui apresentadas utilizando o Excel):

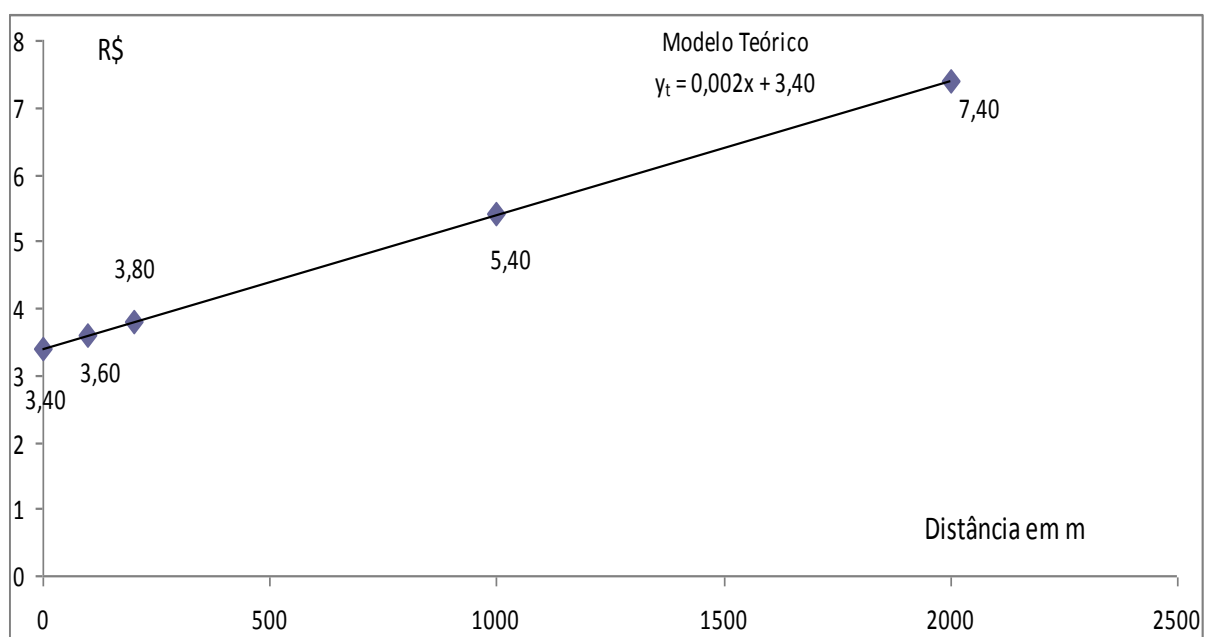


Gráfico 1: Modelo Teórico

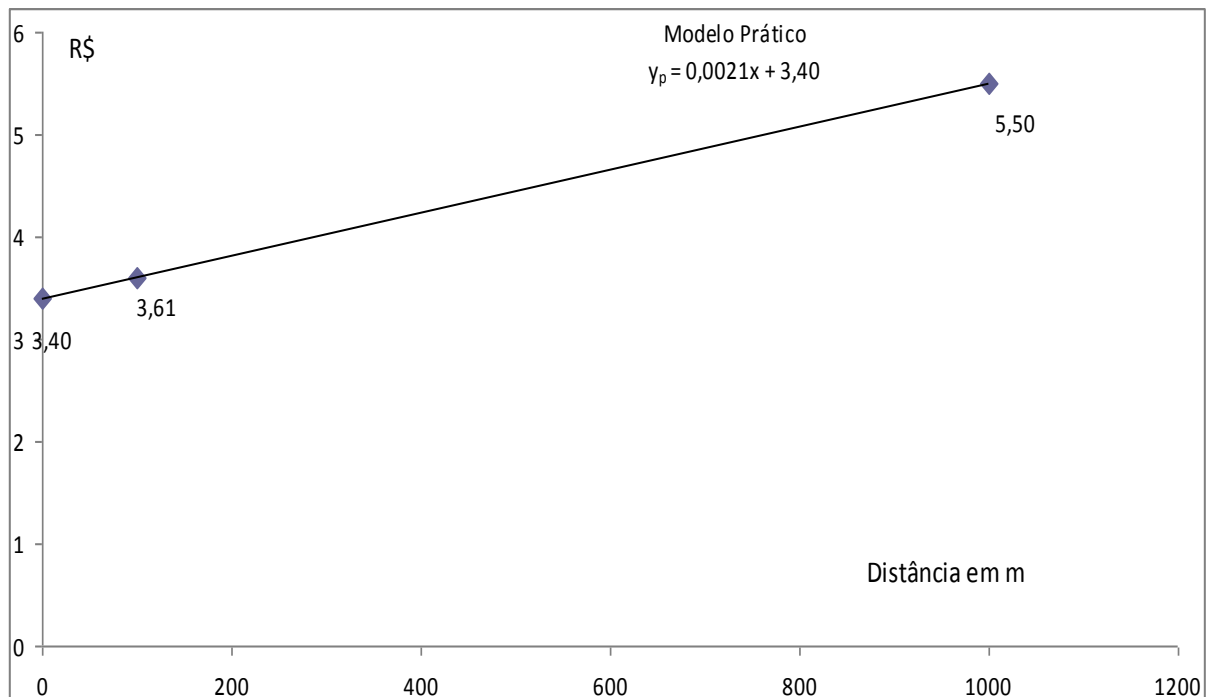


Gráfico 2: Modelo Prático

O grupo também buscou uma comparação entre os modelos construídos, de forma a obter uma diferença nos valores caso o modelo teórico fosse aquele realmente adotado, isto é, se no taxímetro, a cada 100 m rodados fosse cobrado R\$ 0,20 (como informou o taxista).

Diferença entre os modelos:

$$x = 1000 \text{ m} \rightarrow \text{Diferença} = y_p - y_t = 5,50 - 5,40 = 0,10$$

$$x = 10000 \text{ m} \rightarrow \text{Diferença} = y_p - y_t = 24,40 - 23,40 = 1,00$$

Logo, se considerarmos que uma pessoa, por exemplo, pega um táxi 5 vezes por semana para ir ao seu trabalho, percorrendo por dia 10.000 m, ou seja, 10 km (sem considerar eventualmente, o tempo parado no trânsito), a diferença que é de R\$ 1,00 por dia, passará a ser de:

$$5 \text{ dias (1 semana)} \rightarrow \text{R\$ } 5,00$$

$$4 \text{ semanas (1 mês)} \rightarrow \text{R\$ } 20,00$$

$$12 \text{ meses (1 ano)} \rightarrow \text{R\$ } 240,00$$

Conclusão:

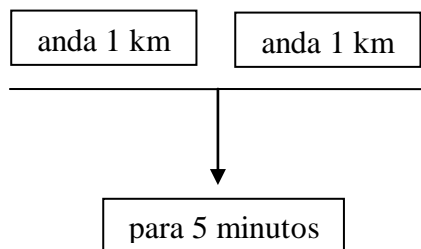
Esta diferença é bastante significativa considerando o número de pessoas que utilizam o serviço de táxi nas grandes cidades.

Já para o 1º ano do Ensino Médio, o grupo estabeleceu a seguinte questão motivadora:

Qual o preço que você pagaria por uma corrida de táxi da sua casa à escola com trânsito livre? E se você, no meio do trajeto, ficar parado por 5 minutos?

Para auxiliar nos cálculos, o grupo decidiu propor como dados para a sala de aula, a seguinte situação hipotética retratando o trânsito parado:

Situação hipotética: No trajeto de sua casa para a escola (que distam 2 km um do outro), o táxi anda 1 km, fica parado por 5 min e volta a andar mais 1 km.



Inicialmente, deve-se considerar que, em movimento, a velocidade média do táxi é de 40 km/h. Logo, para percorrer 1 km, o táxi levará:

<u>km</u>	<u>min</u>
40	— 60
1	— t
<u>t = 1,5 min</u>	

Outro fator a ser considerado é de que a hora parada é de R\$ 19,90. Logo, se o táxi fica parado no trânsito por 5 min, o valor da corrida aumentará de, aproximadamente:

min R\$

60 — 19,90

5 — v

$v \cong 1,60$

Assim, estimando em R\$ 2,00 o preço do km rodado na Bandeira 1, tem-se as seguintes representações gráficas da situação hipotética e de outra situação (também hipotética), caso o táxi não ficasse parado, notando que o preço é uma função do tempo:

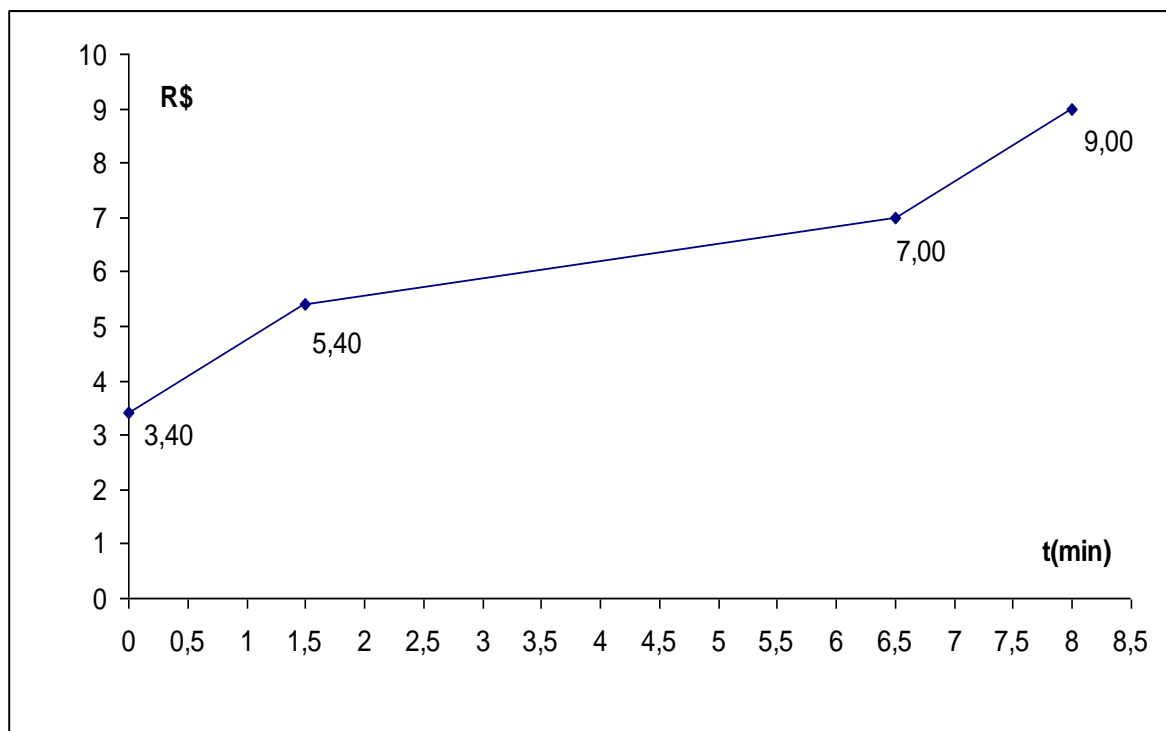


Gráfico 3: Táxi com Parada

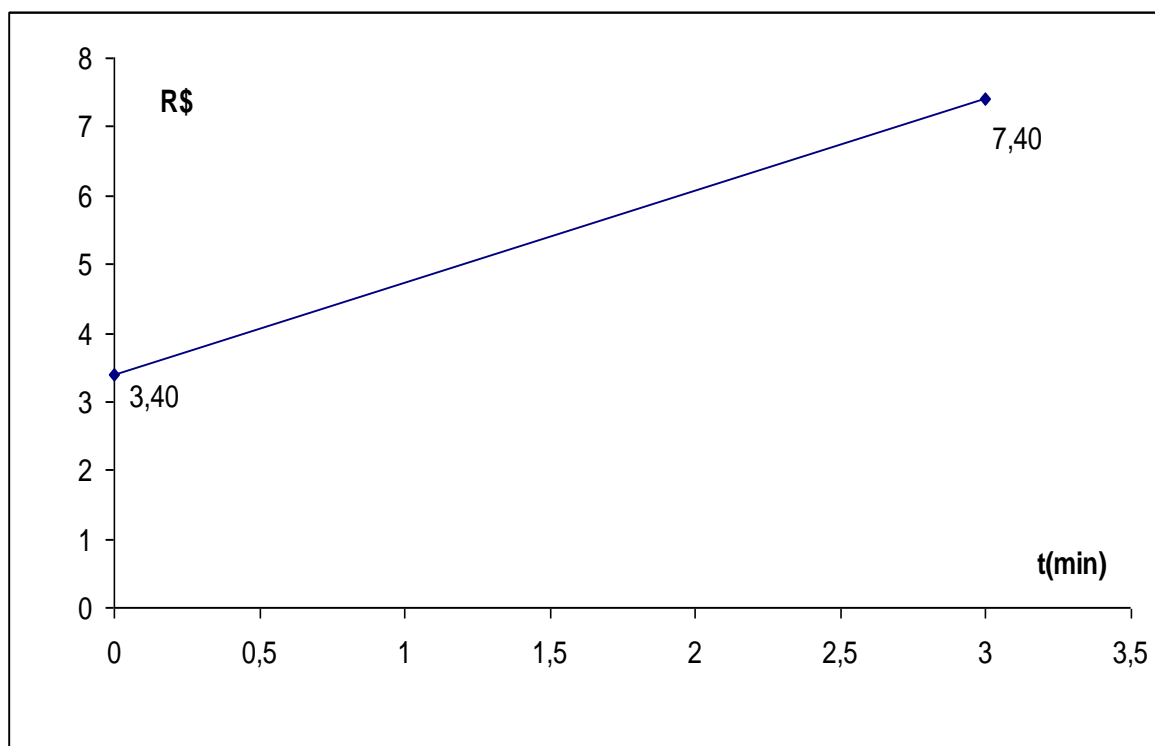


Gráfico 4: Táxi sem Parada

Conclusão:

Ficando parado o prejuízo é duplo: no tempo e no preço, pois, com base nos valores obtidos, perde-se 5 min a mais e gasta-se R\$ 1,60 a mais.

Por fim, o grupo apresentou uma possibilidade de extensão das questões levantadas para o Ensino Superior. Isso poderia acontecer em disciplinas que antecedem ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral, como é o caso de muitas universidades que têm criado disciplinas como Introdução ao Cálculo ou mesmo na tradicional disciplina de Cálculo I, integrante da estrutura curricular de cursos da área de Ciências Exatas. Foi sugerida, então, uma abordagem do projeto no ensino dessas disciplinas, uma vez que a função obtida do preço em função da distância pode ser representada graficamente por uma função descontínua, como se segue:

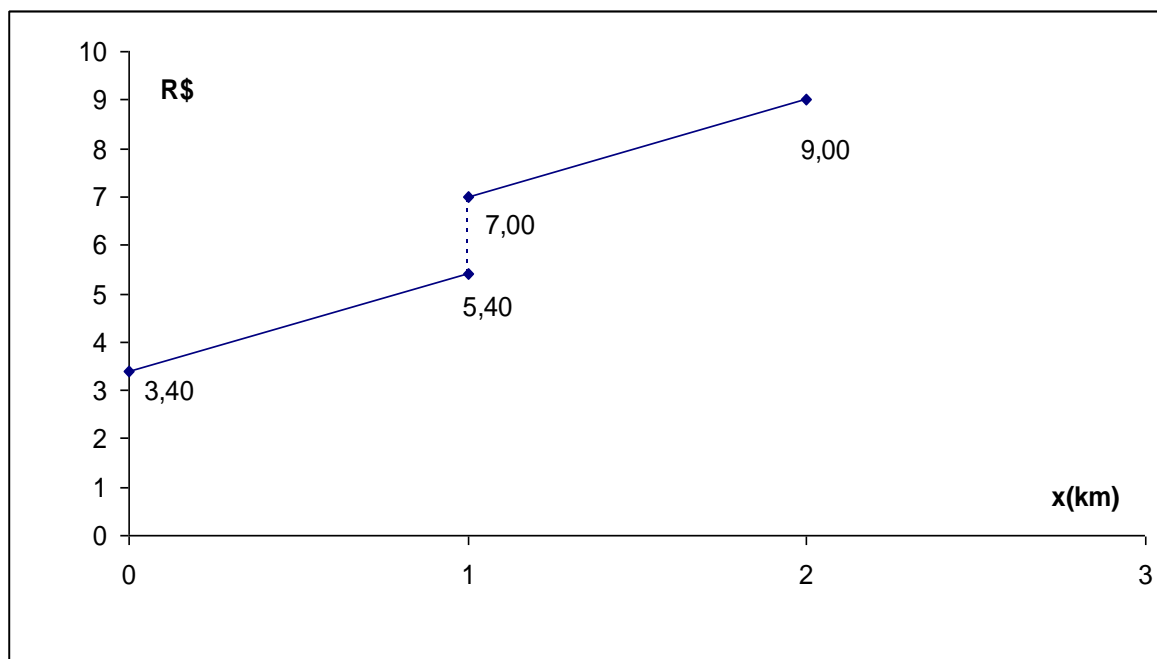


Gráfico 5: Função Descontínua

Ao longo de toda a apresentação, houve uma preocupação do grupo em explicar como ocorreu a coleta de dados, o significado das variáveis envolvidas no modelo e o processo de sua construção.

Destacam-se também, as surpresas que surgiram ao longo da investigação. Um dos participantes, ao relatar a entrevista com o taxista durante a coleta de dados, ficou impressionado ao tomar conhecimento de alguns dados técnicos como, por exemplo, o fato de que os taxímetros são aferidos de acordo com o diâmetro das rodas de cada veículo.

A interação dos participantes durante a apresentação proporcionou o desenvolvimento de aspectos críticos na tomada de decisões, bem como o apontamento das potencialidades didáticas do projeto, tanto no Ensino Fundamental como nos Ensinos Médio e Superior, pois vários conceitos podem ser trabalhados, tais como: funções, gráficos, comprimento de circunferência, escalas, regra de três, além de conhecimentos de Física (velocidade, espaço, tempo) e de outras áreas dentro de um contexto social (legislação de trânsito, segurança do táxi, consciência e cidadania).

Também foi destacada pelo grupo, a importância da representação gráfica, favorecendo o trabalho em um ambiente informatizado, principalmente no Ensino Fundamental, onde a visualização contribui na construção do conhecimento de forma intuitiva.

As discussões envolvendo os modelos “teórico e prático” contribuíram para uma análise crítica envolvendo aspectos econômicos e éticos.

Ao final da apresentação do projeto pelo grupo, houve ainda uma sugestão de um modelo que combinasse a distância percorrida com o tempo parado no trânsito, o que se aproxima bastante de uma situação real ao se pegar um táxi.

A função modelada (de 2 variáveis), então, pode ser representada através da adição de sentenças que envolvem a distância percorrida (x) em metros e o tempo parado (t) em minutos, descrita a seguir:

Modelo Misto:

$$y = 3,40 + (0,21/100) \cdot x \text{ (caso não ocorra parada no trânsito)}$$

$$\text{ou } y = 3,40 + (0,21/100) \cdot x + (19,50/60) \cdot t \text{ (caso ocorra parada no trânsito)}$$

Significadores:

$y \rightarrow$ Preço cobrado em R\$

$x \rightarrow$ Distância em metros

$t \rightarrow$ Tempo em minutos

4.6.2 Projeto: O preço do combustível na bomba

O grupo iniciou destacando que, a partir das informações obtidas sobre consumo de álcool e gasolina, decidiu investigar o seguinte:

Quando é mais vantajoso economicamente substituir um combustível pelo outro, independente do tipo de veículo?

Essa questão nos surpreendeu, pois esperávamos uma questão bem mais simples, que buscasse relacionar o preço da bomba com o preço do litro de cada combustível, originado uma função linear. Entretanto, como demos liberdade para os grupos formularem questões de investigação dentro dos temas por nós propostos, consideramos um grande avanço a questão formulada pelo grupo.

A motivação que o grupo apresentou para se chegar à questão de investigação foi de que hoje, na era dos carros *flex*, devemos saber nos posicionar ao nos depararmos com o anúncio abaixo:



Figura 2: Posto de Gasolina

Os dados que o grupo trouxe foram obtidos inicialmente do manual de um carro popular (Gol 1.0) e de um posto de gasolina da cidade de Ouro Preto – MG e seguem descritos abaixo. Os cálculos realizados apontam quando é mais vantajoso utilizar álcool ao invés de gasolina, a partir do consumo de combustível e da relação entre os preços do litro de cada um desses combustíveis.

Consumo de combustível (km/litro) segundo o manual:

Local onde se roda	Gasolina	Álcool
Cidade	13,6 km/litro	9,8 km/litro
Estrada	17,0 km/litro	12,2 km/litro
Média	15,1 km/litro	10,9 km/litro

Quadro 4: Consumo de Combustível

Preço do combustível:

Gasolina: R\$ 2,67

Álcool: R\$ 1,89

Distância = Volume x Consumo

$D_g = V_g \cdot 15,1$ (distância percorrida com gasolina)

$D_a = V_a \cdot 10,9$ (distância percorrida com álcool)

Gasto para uma distância fixa:

$G_g = V_g \cdot P_g$ (onde P_g é o preço do litro de gasolina)

$G_a = V_a \cdot P_a$ (onde P_a é o preço do litro de álcool)

Para compararmos os combustíveis, supomos que ambos percorram a mesma distância. Assim:

$$D_g = D_a$$

$$V_g \cdot 15,1 = V_a \cdot 10,9$$

Portanto, para termos $G_g = G_a$, devemos ter:

$$V_g \cdot P_g = V_a \cdot P_a$$

Como $V_g = (10,9/15,1) \cdot V_a$, temos:

$\cancel{V}_a \cdot P_a = (10,9/15,1) \cdot \cancel{V}_a \cdot P_g$ (O cancelamento mostra que a decisão independe de quantos litros foram abastecidos)

$$P_a = (10,9/15,1) \cdot P_g$$

$$P_a = 72,1\% \cdot P_g$$

Desenvolvimento:

1. Definimos que nossa decisão estaria pautada no fato de que queremos percorrer a mesma distância gastando menos dinheiro;

2. Consultamos o manual de um Gol, motor 1.0, para obter o consumo de combustível e daí, chegar às fórmulas que nos permitem calcular as distâncias que um automóvel percorrerá com álcool ou gasolina;
3. Obtivemos as fórmulas dos gastos com cada tipo de combustível;
4. Obtivemos uma relação entre os volumes de álcool e de gasolina para se percorrer a mesma distância;
5. Usando 3 e 4 chegamos (via equação), à relação que deve existir entre os preços desses combustíveis para tomarmos a decisão.

Conclusão:

Se o preço do litro do álcool for até 72,1 % do preço do litro da gasolina, então, é vantajoso abastecer com álcool.

Entretanto, um dos integrantes do grupo, ressaltou que o seu carro era um Gol 1.0 e ele observava outros valores para o consumo de combustível (km/litro) de seu veículo. Em média, ele calculava em 16 km/litro o consumo com gasolina e em 13 km/litro o consumo com álcool. Refazendo os cálculos, o grupo obteve os seguintes dados:

Cálculos:

1. $D_a = 13 \cdot V_a$; $D_g = 16 \cdot V_g$
2. $D_a = D_g \leftrightarrow 13 \cdot V_a = 16 \cdot V_g \leftrightarrow V_a = 1,23 \cdot V_g$
3. $P_a = x \cdot V_a$ e $P_g = y \cdot V_g \rightarrow P_a \leq P_g \leftrightarrow 1,23 x \cdot V_g \leq y \cdot V_g \rightarrow x \leq y/1,23$
 $\rightarrow x \leq 81,25\% y$

Significadores:

D_a = distância percorrida com álcool

D_g = distância percorrida com gasolina

P_a = gasto com o abastecimento com álcool.

P_g = gasto com o abastecimento com gasolina.

x = preço do litro de álcool

y = preço do litro de gasolina

Logo, para o veículo em questão, será mais vantajoso abastecer com álcool, se o preço do litro do álcool for até 81,25 % do preço do litro da gasolina.

O grupo concluiu que o modelo matemático apresentado nos relatórios indica a necessidade de cada consumidor conhecer o consumo por litro utilizando combustíveis diferentes, fazendo os cálculos necessários, o que lhe proporcionará uma tomada de decisão.

Durante as discussões, além do tratamento algébrico apresentado, também foi sugerido um tratamento gráfico, principalmente se a implementação em sala de aula acontece no 9º ano do Ensino Fundamental.

Essa discussão levou o grupo a trabalhar da seguinte forma: foi fixado o preço do litro de gasolina em 1 (que significa 100 %) e variou-se o preço do litro do álcool percentualmente em relação ao preço do litro da gasolina.

Foi construído um quadro que traz na 1ª coluna o percentual do preço do álcool em relação ao preço da gasolina; a 2ª coluna traz o número de km rodados por cada unidade do preço do litro de gasolina; a 3ª coluna traz o número de km rodados por cada unidade do preço do litro de álcool. Quando o valor da 2ª coluna for maior que o valor da 3ª coluna, deixa de ser vantajoso utilizar álcool.

Porcentagem	Gasolina	Álcool
60	15,1	18,16667
61	15,1	17,86885
62	15,1	17,58065
63	15,1	17,30159
64	15,1	17,03125
65	15,1	16,76923
66	15,1	16,51515
67	15,1	16,26866
68	15,1	16,02941
69	15,1	15,7971
70	15,1	15,57143
71	15,1	15,35211
72	15,1	15,13889

73	15,1	14,93151
74	15,1	14,72973
75	15,1	14,53333
76	15,1	14,34211
77	15,1	14,15584
78	15,1	13,97436
79	15,1	13,79747
80	15,1	13,625
81	15,1	13,45679
82	15,1	13,29268
83	15,1	13,13253
84	15,1	12,97619
85	15,1	12,82353
86	15,1	12,67442
87	15,1	12,52874
88	15,1	12,38636
89	15,1	12,24719
90	15,1	12,11111

Quadro 5: Álcool x Gasolina

Logo, tanto pelo quadro acima, construída no Excel, como pelo gráfico abaixo, também construído no Excel, conclui-se que se o preço do litro do álcool estiver entre 72 % e 73 % do preço do litro da gasolina, então, é vantajoso abastecer com álcool.

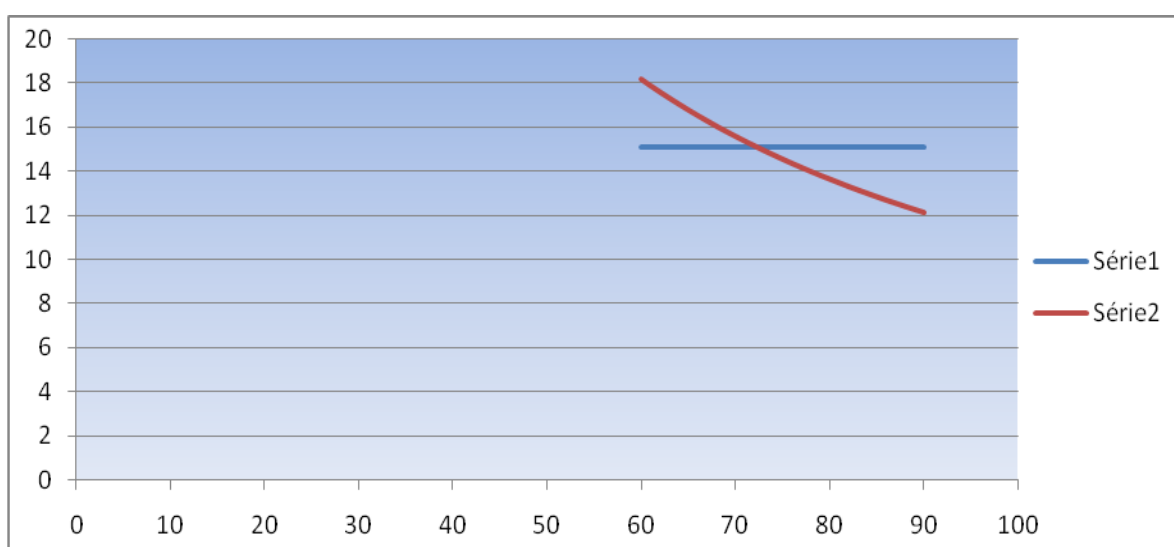


Gráfico 6: Álcool x Gasolina

Houve uma preocupação do grupo em explicar o significado das variáveis envolvidas no modelo. Além desse modelo, um dos participantes apresentou discussões iniciais para elaboração de um modelo que levem em consideração a mistura de combustíveis.

A interação dos participantes durante a apresentação proporcionou o apontamento das potencialidades didáticas do projeto, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio, pois vários conceitos podem ser trabalhados, tais como: funções, gráficos, escalas, equações, inequações, razões, proporções, porcentagem, tabelas estatísticas e Matemática Financeira.

O grupo também destacou a importância fundamental de se trabalhar em um ambiente informatizado, principalmente no Ensino Fundamental, onde o tema proposto pode ser trabalhado antes da sistematização do ensino de funções.

Além de aspectos econômicos, foram discutidas também questões ambientais, como a importância da tomada de decisões difíceis como, por exemplo, ter de abrir mão de benefícios financeiros para poluir menos o meio ambiente.

4.7 Descrevendo os instrumentos metodológicos de pesquisa

Ao pensarmos nos instrumentos de pesquisa que poderiam nos revelar categorias de análise que fossem relevantes à nossa pesquisa, baseamo-nos em Bicudo (2006, p. 107):

Em vez de privilegiar a sistematicidade garantida por um método determinado, a objetividade dada pela neutralidade do investigador e pela consistência dos dados tratados, a racionalidade explicitada como quantificação, a definição prévia de conceitos e a construção de instrumentos para garantir a objetividade da pesquisa, privilegiam-se descrições de experiências, relatos de compreensões, respostas abertas a questionários, entrevistas com sujeitos, relatos de observações e outros procedimentos que dêem conta de dados sensíveis, de concepções, de estados mentais, de acontecimentos, etc.

Como instrumento de coleta de dados então, optamos pela aplicação de questionários que continham perguntas abertas, por acreditarmos que as justificativas e descrições apresentadas pelos participantes certamente nos possibilitarão a elaboração de categorias de análise que contribuirão para um conjunto de respostas à nossa questão central de investigação.

No início do 1º encontro, foi aplicado o Questionário Inicial, respondido individualmente, contendo as seguintes questões:

- 1) Na sua experiência como professor nos Ensinos Fundamental, Médio e/ou Superior, você procura relacionar os conteúdos de Matemática com problemas da realidade de seus alunos? Comente!
- 2) Quais seriam alguns dos principais tópicos do conteúdo matemático em que as aplicações relacionadas a problemas da realidade podem contribuir para uma aprendizagem significativa? Por que?
- 3) Você se considera preparado para trabalhar com Projetos de Modelagem Matemática em seu ensino? Justifique!

No final do 2º encontro, foi aplicado o Questionário Final, respondido individualmente, contendo as seguintes questões que retomavam, de certa forma, as questões levantadas no Questionário Inicial:

- 1) Você acredita que a contextualização / conexão dos conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula com problemas da realidade dos alunos é importante para a aprendizagem de Matemática? Justifique!
- 2) Quais seriam alguns dos principais tópicos do conteúdo matemático trabalhado no Ensino Fundamental em que a implementação de Projetos de Modelagem Matemática pode contribuir para uma aprendizagem significativa? De que forma?
- 3) Em quais aspectos o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática contribuiu para que você se sinta melhor preparado para trabalhar com Modelagem Matemática em sua sala de aula? Comente!

Também como instrumento de coleta de dados, realizamos entrevistas semi-diretivas (ou semi-estruturadas) com cada um dos grupos, por acreditarmos que algumas questões e posicionamentos relacionados aos projetos poderão ser mais bem elucidados a partir de uma interação / diálogo com os participantes.

As entrevistas em investigação qualitativa, de acordo com Bogdan e Bliklen (1994, p. 134) “podem constituir a estratégia dominante para a recolha de dados ou podem ser utilizadas em conjunto com a observação participante, análise de documentos e outras técnicas.”

Quanto a entrevistas de grupo, Bogdan e Biklen (1994, p. 138) consideram que elas podem ser úteis para “transportar o entrevistador para o mundo dos sujeitos” e que assim, “várias pessoas juntas são encorajadas a falarem sobre um tema de interesse.”

Ainda de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 134-136), “[...] a entrevista é utilizada para descrever dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo” e consideram que “[...] as boas entrevistas produzem uma riqueza de dados, recheados de palavras que revelam as perspectivas dos respondentes.”

Para que se consiga extrair ao máximo, descrições de uma entrevista para clarificar o objeto de estudo, Bogdan e Biklen (1994, p. 136-137) recomendam:

- Evitar, tanto quanto possível, perguntas que possam ser respondidas com “sim” e “não”;
- A informação é cumulativa, isto é, cada entrevista determina e liga-se à seguinte;
- Encare cada palavra como se ela fosse potencialmente desvendar o mistério que é o modo de cada sujeito olhar para o mundo.

Nessa perspectiva, baseamo-nos no seguinte roteiro de entrevista:

- 1) Vocês acreditam que o desenvolvimento deste projeto pode contribuir para a criação de um cenário de investigação em sala de aula? Comente!
- 2) Vocês consideram que a implementação deste projeto contribuiu para uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental? Por que?
- 3) Vocês têm alguma sugestão de mudança ou adaptação no desenvolvimento do projeto ou na sua forma de implementação em sala de aula? Descreva!

As análises dos questionários e das entrevistas, bem como a explicitação do referencial teórico que subsidiará tais análises serão feitas no próximo capítulo.

Capítulo 5

ANALISANDO NOSSOS DADOS A PARTIR DOS QUESTIONÁRIOS E ENTREVISTAS

“Entendemos o futuro das abordagens qualitativas na avaliação educacional como promissor, mas espinhoso.”

Robert Bogdan e Sari Biklen

5.1 Ainda sobre a importância da Investigação Qualitativa

Bogdan e Biklen (1994, p. 19) trazem uma abordagem do desenvolvimento histórico da investigação qualitativa na Educação a partir do século XIX, apontando que “as características desta herança auxiliam os investigadores qualitativos em educação a compreender a sua metodologia em contexto histórico.”

As principais características de uma investigação qualitativa que foram levantadas pelos autores (BOGDAN e BIKLEN, p. 47- 50) e nos pareceram norteadoras de nossa investigação são:

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
2. A investigação qualitativa é descritiva;
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Além dessas características, os investigadores qualitativos na perspectiva fenomenológica “[...] tentam compreender o significado que os acontecimentos e

interações têm para pessoas vulgares, em situações particulares”, sendo que a atribuição de significados pelas pessoas às suas experiências, juntamente com o processo interpretativo “[...] são elementos essenciais e constitutivos” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 53-54).

Nesse sentido, tentaremos evidenciar em nossa análise, um pouco dos significados que os participantes de nossa pesquisa conseguiram extrair da experiência vivenciada na elaboração e desenvolvimento dos Projetos de Modelagem Matemática.

Entretanto, também de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 49), “a abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo.”

Assim, buscaremos explicitar as perspectivas reveladas pelos participantes de nossa pesquisa a partir dos instrumentos que adotamos para a coleta de dados (questionários e entrevistas) levando em consideração as observações que fizemos nos encontros com os participantes.

Passaremos agora, à análise dos dados, que entendemos como um processo de busca e de organização sistemática das notas de campo, das respostas aos questionários e das transcrições das entrevistas, “com o objetivo de aumentar a nossa própria compreensão desses mesmos materiais e nos permitir apresentar aos outros, aquilo que encontramos” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 205).

Para a identificação dos participantes, optamos por nomeá-los de acordo com a divisão dos grupos que realizaram os Projetos de Modelagem Matemática. Assim, o “grupo do táxi” contou com os professores PT1, PT2 e PT3; já o “grupo do combustível” contou com os professores PC1, PC2 e PC3.

5.2 Analisando o Questionário Inicial

Em setembro de 2010, aplicamos o Questionário Inicial, objetivando identificar se os professores participantes procuravam relacionar, em sua prática pedagógica, os conteúdos de Matemática com problemas da realidade de seus alunos, quais eram os principais tópicos do conteúdo matemático em que as aplicações relacionadas a problemas da realidade poderiam contribuir para uma aprendizagem significativa em sua visão e também, se eles se consideravam preparados para trabalhar com Projetos de Modelagem Matemática em sua prática pedagógica.

Inicialmente, quando questionados sobre a relação entre Matemática e realidade em sua experiência docente, todos eles procuraram ressaltar a importância dessa conexão no ensino. Entretanto, os participantes se mostraram um tanto quanto céticos em relação à possibilidade de se fazer essa conexão em todos os conteúdos matemáticos, ressaltando que a busca por relacioná-los com a realidade depende fortemente dos próprios conteúdos, como destacamos a seguir:

Ao introduzir determinados conteúdos, justificava para os alunos em que situação, ele (o conteúdo) era utilizado e quais os profissionais que o utilizava no seu dia a dia. (PT1)

Sim, depende do conteúdo, mas no possível, procuro levar tudo com base na realidade, comparando dando exemplos de situações do seu cotidiano. (PT2)

Não são todos os conteúdos de Matemática que inicio com problemas da realidade, mas procuro utilizar do cotidiano dos alunos, dados que possam ajudá-los a entender determinado conteúdo. (PT3)

Sim, mas não para todos os conteúdos. Existem conteúdos que nos permitem aplicar [...]. (PC1)

Na verdade, grande parte do conteúdo matemático que ensino está relacionado com a realidade dos alunos, mas às vezes, é preciso que façamos com que eles consigam enxergar isso. (PC2)

Procuro desenvolver alguns tópicos matemáticos da realidade. (PC3)

Essas falas apontam que, inicialmente, os participantes entendem a importância de se trabalhar os conteúdos matemáticos a partir de situações do cotidiano em que possam aplicá-los, o que é um discurso muito comum a todos os Professores de Matemática. Entretanto, inferimos que, em sua prática, isso acontece de maneira “descompromissada” e restrita a certos conteúdos que, provavelmente, permitem uma conexão mais fácil entre Matemática e realidade em sua visão.

Assim, a partir das respostas dos participantes ao Questionário Inicial e também pelo que observamos e nos foi relatado no 1º encontro, concluímos que os participantes demonstraram ter um certo “desconhecimento” de atividades de Modelagem Matemática, fato muito comum quando se trata de professores em formação, como já havia sido apontado por Barbosa (2001a). Talvez, em nosso entendimento, um dos motivos que contribua para esse desconhecimento seja a ausência de atividades exploratórias nos livros didáticos, como já havíamos discutido no capítulo inicial. Lembramos que, por exemplo,

alguns livros aqui analisados apresentam situações do cotidiano na introdução de Funções associadas a polinômio do 1º grau, entretanto, sem permitir / exigir dos alunos, uma pesquisa exploratória inicial sobre a situação, contrariando as etapas de Modelagem Matemática propostas por Burak (1998).

Já em relação aos principais tópicos do conteúdo matemático em que as aplicações relacionadas a problemas da realidade podem contribuir para uma aprendizagem significativa, foram mencionados pelos participantes, conteúdos de Álgebra como Funções, Matemática Financeira, Progressões, Matrizes e Determinantes, conteúdos de Geometria como Áreas e Volumes, além de conteúdos de Estatística e Probabilidade.

Percebemos que os tópicos foram listados com base na crença da possibilidade de encontrar suas aplicações no dia a dia, como relatado em: “[...] esses tópicos fazem parte da vida de qualquer pessoa em menor ou maior intensidade” (PC2) ou ainda, em suas experiências docentes, como relatado em: “Geometria, porque procuro basear nas formas encontradas no seu dia a dia” (PT2).

Finalmente, em relação ao preparo para trabalhar com Projetos de Modelagem Matemática na prática, todos reconheceram que não estavam realmente preparados. Interessante destacar que alguns deles remeteram este despreparo à sua formação inicial, como destacamos a seguir:

Ainda não seria capaz de trabalhar um projeto de modelagem. (PT1)

Ainda não, pois acho que não fui preparado durante minha graduação. (PC2)

Na minha formação acadêmica, não tive nenhuma disciplina que abordasse a modelagem. (PC1)

Aqui, lembramos Reis (2008, p. 5), ao defender a presença da Modelagem Matemática nos currículos públicos de cursos de formação de professores como “fundamental para a consolidação de um perfil de um Educador Matemático crítico e que privilegie a construção de um pensamento matemático flexível.”

Outro fato interessante revelado nesta última questão é que, apesar de se considerarem despreparados para o trabalho com Modelagem, os participantes demonstraram um grande desejo em terem experiências com Modelagem Matemática, conforme podemos destacar:

Tenho algumas ideias de por em prática o que penso sobre o assunto Modelagem Matemática. (PC3)

Acredito precisar conhecer bem cada passo da modelagem, para não me perder em sala e com isso desmotivar os alunos. (PT1)

Acredito que não é tão simples; preciso ver modelos e até mesmo aplicar com ajuda de alguém que já tenha trabalhado a modelagem. (PT2)

Tenho muita vontade de trabalhar com Modelagem Matemática. (PT3)

Consideramos que o primeiro passo para a mudança é a vontade de mudar; querer ousar em utilizar a Modelagem Matemática na sala de aula; ter “audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender” (BIEMBENGUT e HEIN, 2005).

5.3 Analisando o Questionário Final

Em setembro de 2010, após o desenvolvimento dos Projetos de Modelagem Matemática pelos professores participantes, nós aplicamos o Questionário Final, que retomou, de certa forma, algumas questões levantadas no Questionário Inicial.

O objetivo foi identificar se, a partir da experiência de Modelagem, eles revisitaram suas ideias sobre a importância da contextualização dos conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula com problemas da realidade dos alunos para a aprendizagem de Matemática. Outra questão buscou identificar, em sua visão, os principais tópicos do conteúdo matemático trabalhado no Ensino Fundamental em que a implementação de Projetos de Modelagem Matemática pode contribuir para uma aprendizagem significativa. Por fim, questionamos se o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática contribuiu para que eles se sentissem melhor preparados para trabalhar com Modelagem Matemática em sala de aula.

Quanto à questão da contextualização dos conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula com problemas da realidade dos alunos, os participantes foram unânimes em ressaltar a importância dessa conexão para a aprendizagem, especialmente por acreditarem que isso permitiria aos alunos perceberem a relação da Matemática escolar com a Matemática presente em seu cotidiano, como podemos destacar:

Esta contextualização serve de elo entre a Matemática que o aluno aprende no seu dia a dia, com a Matemática “mais formal”, ensinada nas salas de aula. (PC1)

Trabalhar com problemas da realidade também é uma forma de fazer os alunos perceberem o quanto a Matemática está presente no dia a dia de cada um deles. (PT1)

É importante destacar também que os participantes parecem entender a contextualização como “se fazer notar” a presença da Matemática em situações do cotidiano do aluno, numa perspectiva muito próxima de Caldeira (2009), que defende a importância da “multiplicidade de formas de pensar Matemática”.

Essa Matemática contextualizada também favorece a formação de cidadãos críticos (ARAÚJO, 2009; JACOBINI e WODEWOTZKI, 2006; SKOVSMOSE, 2007), como vemos em “[...] a Matemática pode ajudá-los a compreender muitos fatos que os circundam e até mesmo a modificá-los, a agir sobre eles” (PC2).

Outro fator extremamente relevante no trabalho contextualizado destacado pelos participantes foi o reflexo na motivação e no interesse dos alunos, como assim destacamos:

[...] a conexão dos conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula com problemas da realidade é importante principalmente para a motivação dos alunos, procurando assim despertar um maior interesse nestes para o conteúdo que será estudado. (PT1)

[...] além do professor motivar os alunos, a aprendizagem acontece de forma prazerosa, surgindo a compreensão e interpretação dos conteúdos matemáticos relacionados aos problemas da realidade dos alunos. (PT2)

Primeiramente, porque essa conexão faz com que o aluno se interesse pelo assunto tratado, [...] e é a partir do interesse despertado no aluno, que ele se tornará participante do processo de aprendizagem, sendo o professor mediador do conhecimento que será construído. (PT3)

Percebe-se que os participantes acreditam que o *link* estabelecido entre os conteúdos matemáticos e os problemas vivenciados pelos alunos em seu contexto, há de despertar o interesse pela Matemática, o que certamente contribuirá para uma aprendizagem mais significativa desses conteúdos. Porém, lembramos que a forma como o processo será conduzido dependerá da perspectiva de Modelagem Matemática que será adotada, uma vez que há um consenso entre os pesquisadores (BASSANEZI, 2006; BIEMBENGUT e HEIN, 2005; BURAK, 1992) acerca do potencial da Modelagem

Matemática para despertar o interesse e o gosto pela Matemática, a despeito das maneiras distintas de condução do processo.

Ademais, convém destacar a perspectiva de Burak (1992), na qual o interesse do aluno é um de seus pressupostos para o trabalho com Modelagem Matemática. Acreditamos e atestamos de nossa experiência docente que, quando há interesse, esforços serão empreendidos na busca de conhecimentos matemáticos que venham trazer mais luz ao problema levantado, tornando assim, a aprendizagem mais prazerosa e fazendo do aluno, um co-participante do processo de ensino e aprendizagem.

As experiências vivenciadas pelos participantes em nossa pesquisa permitiram-lhes elencar alguns dos principais tópicos do conteúdo matemático que podem ser trabalhados no Ensino Fundamental, utilizando Projetos de Modelagem Matemática, dentre os quais destacamos:

Função, transformação de unidades, sistema de equações, trigonometria. (PT3)

Funções de 1º e 2º graus, construção de gráficos e tabelas, Matemática Financeira. (PC1)

Equação do 1º grau, porcentagem e inequação. (PC2)

Acredito que podem ser realizados trabalhos com modelagem matemática no estudo de frações (6º ano), no estudo de ângulos (7º ano), no estudo de geometria (8º ano) e principalmente, no estudo de funções (9º ano). (PT1)

Comparando com as respostas dadas à questão semelhante no Questionário Inicial, podemos notar uma abertura na visão dos participantes em relação à possibilidade de se trabalhar com Modelagem Matemática envolvendo vários conteúdos que não foram citados anteriormente. Dentre os conteúdos agora citados, pareceu-nos natural que o maior destaque tenha sido dado às “Funções”, o que se justifica pelas experiências vivenciadas a partir de nossa pesquisa. Apesar de ressaltar a importância desse conteúdo, um participante destacou a importância de “[...] trabalhos com Modelagem Matemática, principalmente no estudo de funções, [...] pois os alunos apresentam grande dificuldade na compreensão dos conceitos e um trabalho diferenciado pode melhorar essa situação” (PT1).

Finalmente, em relação à preparação para se trabalhar com Modelagem Matemática na sala de aula, após o desenvolvimento dos projetos, os participantes destacaram alguns contributos da experiência, como assim destacamos:

[...] me ajudou a perceber o quão rico uma discussão de um problema simples pode se tornar. [...] É realmente um trabalho de equipe. (PT1)

[...] no aspecto de que é preciso contextualizar e buscar sempre inserir os conteúdos estudados da Matemática no cotidiano. (PC1)

Alguns participantes também destacaram a importância da experiência de se desenvolver projetos para “vencer” uma certa insegurança inicial para se trabalhar com Modelagem Matemática, como destacamos em:

Um dos aspectos que este trabalho me mostrou é que trabalhar com Modelagem é realmente um trabalho em equipe, alunos e professores juntos; então, muitas informações que serão descobertas pelos alunos, também serão respondidas por eles. O professor é o mediador desse processo e cabe a ele se envolver com os grupos, mas acredito que o professor não tenha que responder a todas as dúvidas; elas podem ser discutidas e pesquisadas por todos. Digo isso, por que a minha insegurança para trabalhar com modelagem girava em torno desta questão: será que, como professor, teria que ser capaz de responder a todos os questionamentos? Hoje percebo que não. (PT1)

Interessante destacar que essa questão das inseguranças / incertezas já havia sido alertada por Burak (1987), ressaltando, inclusive, a importância do professor ter consciência de que isso pode acontecer em diversos momentos de sua experiência docente.

5.4 Analisando as Entrevistas

Em outubro de 2010, realizamos as entrevistas semi-diretivas com cada um dos grupos, objetivando identificar as contribuições do desenvolvimento dos projetos para a criação de cenários de investigação em sala de aula e para a aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos no Ensino Fundamental. Concluímos a entrevista, solicitando eventuais sugestões de mudança ou adaptação no desenvolvimento dos projetos em sua forma de implementação em sala de aula.

Inicialmente, retomamos Bogdan e Biklen (1994, p. 139) ao afirmarem que, ao fazer uso de entrevistas, espera-se de um investigador qualitativo demonstrar “paciência para descobrir porque os sujeitos dão respostas de uma determinada forma” e saber reunir partes de uma conversa “num esforço para compreender qual a perspectiva pessoal dos participantes”.

O primeiro assunto abordado nas entrevistas visou levantar as contribuições do desenvolvimento dos projetos para a criação de cenários de investigação em sala de aula. Alguns participantes identificaram cenários de investigação na prática de sala de aula quando é possível “gerar Matemática, discussões e dentro dessas discussões, tentar trazer a Matemática” (PC1) ou quando se está “trabalhando com coisas do cotidiano do aluno [...] instigando ele a conhecer do assunto” (PT3) ou ainda quando se coloca “o aluno para experimentar aquilo, passar por esse momento também”(PT2).

No entanto, um dos participantes destacou que, mesmo que se queira trabalhar a contextualização de uma maneira “artificial”, é possível fazer com que ela ocorra de uma maneira “real”, como vemos em:

E muitas vezes a gente acha que é mentira; às vezes, emprega Matemática em alguns problemas; fingiu que ela está ali só para contextualizar; na hora que você vê que está totalmente ligado, acho que é bem melhor. Aquele problema do táxi, dentro da sala de aula, com um aluno do 9º ano, teria muita coisa interessante” (PT1)

Ainda que não possamos associar diretamente a maneira “artificial” de contextualização a que se refere o participante com o cenário de investigação que traz referências à semi-realidade (SKOVSMOSE, 2008), vale lembrar que, assim como o referido pesquisador, acreditamos no trabalho com Modelagem Matemática a partir de um cenário de investigação que traz referências à realidade. É assim que entendemos e defendemos a contextualização de uma maneira “real” na sala de aula.

O segundo assunto abordado nas entrevistas visou levantar as contribuições do desenvolvimento dos projetos para uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos no Ensino Fundamental. Inicialmente, alguns participantes procuraram explicitar o que eles estavam entendendo por “significativo”. Para um deles, a aprendizagem de um conteúdo é significativa “se aplico isso na sala de aula” (PC2); para outro, se “você está levando o aluno para a realidade, com certeza vai ter sentido” (PT2).

A seguir, eles enunciaram vários conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental que surgiram no desenvolvimento dos projetos, além de Funções, tais como Álgebra, Geometria, Estatística e até mesmo conteúdos de Física, como movimento, tempo e distância. Essa possibilidade da Modelagem Matemática abarcar outras áreas do conhecimento já havia sido contemplada por Barbosa (2001b) e Bassanezzi (2006).

No terceiro e último assunto abordado nas entrevistas, fomos surpreendidos nem tanto pela ausência de sugestões de mudança, mas bastante pelas adaptações sugeridas

pelos participantes, especialmente, ao se imaginarem implementando os projetos desenvolvidos ou outros Projetos de Modelagem Matemática em sua própria sala de aula.

Um dos participantes relatou que, a partir da experiência vivenciada, passou a ter uma outra visão das possibilidades de se trabalhar com projetos no Ensino Fundamental, como vemos em: “Agora, a sua intenção quando implementa aquele projeto no Ensino Fundamental é dar significado ao conteúdo que já foi trabalhado ou propiciar abordagens daqueles que não foram trabalhados” (PC2).

A ênfase nos conteúdos já trabalhados ou que ainda o serão remete-nos a Biembengut e Hein (2005) ao destacarem a melhoria da “apreensão dos conceitos matemáticos” como um dos objetivos da Modelagem Matemática como método de ensino. Entretanto, acreditamos que, ao trabalharmos com Modelagem Matemática, não devemos ter apenas o conteúdo matemático como fim último, mas acima de tudo, valorizar o próprio processo como uma construção de conhecimentos significativos pelos alunos.

Outro participante destacou a importância do tema para se trabalhar com Modelagem na sala de aula, da seguinte forma: “[...] então. eu estou vendo que cada vez que a gente fala: vamos escolher um tema para a gente trabalhar? [...] dentro daquele tema, você vê o tanto que se pode trabalhar usando Modelagem [...] isso serviu de primeiro impulso para eu saber o que é Modelagem” (PT2).

Essa valorização do tema ao se trabalhar com Modelagem Matemática condiz com a importância a ele concedida por Burak (1994), como um dos critérios norteadores de todo o processo e também por Malheiros (2008), para quem a escolha do tema, a partir de uma “negociação pedagógica”, determina a própria elaboração de um Projeto de Modelagem Matemática.

Por fim, concluímos nossa análise das entrevistas, com o depoimento de um participante que serve de reflexão para todos nós, Professores de Matemática muitas vezes reféns do formalismo / tecnicismo da Matemática:

Nós não formamos nossos alunos para pesquisar, nem nós somos formados. Agora, com essa visão nova da Educação Matemática, isso tem mudado um pouco. [...] antes, era só um repasse de conteúdo, sem ninguém questionar nada de mim. Esse enfoque que está sendo discutido, achei interessante nesse aspecto: você pode abordar de formas diferentes, não precisa ser com o tecnicismo todo. (PC1)

Assim, o participante desvela a relevância da pesquisa no trabalho com Modelagem, como já haviam destacado Burak (1998) e Biembengut e Hein (2005) e mais,

reconhece uma nova perspectiva que a Educação Matemática tem trazido para o ensino de Matemática.

Ao finalizar a entrevista, esse mesmo participante quis destacar ainda, uma contribuição do desenvolvimento de projetos e, ao mesmo tempo, criticar fortemente a formação recebida nas universidades:

O projeto contribuiu para criar ambiente de trabalho. Na verdade, um dos grandes problemas nossos é quebrar um pouco aquela aula pronta que a gente trouxe do passado, porque a universidade não nos preparou para dar uma aula diferente. Existia um discurso, mas não existia uma prática. A gente pode fazer na Modelagem, aplicar essa prática e ver que dá, sem medo! A gente morria de medo de fazer essas coisas; agora a gente vai perder um pouco do medo. (PC1)

Esse discurso retoma, de certa forma, as questões da formação de professores para o trabalho com Modelagem Matemática e da insegurança na condução do processo, que já havíamos discutido ao analisarmos os Questionários Inicial e Final.

Passamos, agora, para a conclusão de nossa pesquisa, tentando estabelecer um conjunto de respostas à nossa questão central de investigação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Dificuldade em mudar, o receio ao novo, ao desconhecido, é inerente ao ser humano, que tende muito mais a preservar do que inovar. O desconhecido incomoda, é desconfortável para a maioria das pessoas. Pressupõe a necessidade de ver um pouco mais adiante, de planejar do futuro para o presente, ser capaz de perceber onde, quando e como adotar esta ou aquela estratégia. Implica incorporar a mudança dentro de seu próprio plano, em ser flexível, realizar mudanças internas e externas sempre que necessárias para evitar a obsolescência. Envolve a incorporação do novo em suas próprias visões e concepções, o que é difícil para a maioria das pessoas, pois estamos acostumados e fomos educados para não inovar, para não discordar, para a manutenção do status quo, para repetir o velho e o conhecido, para, se possível, não transformar, não incomodar”.

Maria Candida Moraes

Ao concluirmos nosso trabalho, mais uma vez enunciemos a questão de investigação que refletiu um pouco de nossas inquietações relacionadas ao acesso dos Professores de Matemática a um novo olhar sobre a Modelagem Matemática. Vale mencionar que esta questão não só refletiu inquietações como também nos motivou à pesquisa:

O que evidencia o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática na perspectiva da criação de cenários de investigação em sala de aula para a formação continuada de Professores de Matemática?

Inicialmente, retomaremos os objetivos que tínhamos traçado no início da pesquisa e procuraremos evidenciar de que forma ou em que medida acreditamos tê-los atingido, a partir das diretrizes metodológicas que delineamos para a condução de nossa pesquisa:

- Apresentar / discutir a Modelagem Matemática e os Cenários de Investigação como tendências de pesquisas e práticas numa das perspectivas da Educação Matemática:

A partir de nossa pesquisa teórico-bibliográfica sobre Modelagem Matemática, Cenários de Investigação e Projetos de Trabalho, apresentamos / discutimos algumas concepções sobre Modelagem Matemática, buscando trazer um pouco da visão de pesquisadores da área que têm contribuído ricamente para que a Modelagem chegue à sala de aula. Acreditamos, também, ter buscado algumas características importantes da Modelagem Matemática como um Cenário de Investigação, dentro de uma perspectiva de Educação Matemática que privilegie a formação de uma postura de criticidade e reflexividade em nossos alunos;

- Identificar contribuições da Modelagem Matemática para a formação continuada de Professores de Matemática a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a diversos conteúdos de Funções trabalhados no Ensino Fundamental:

A partir de nossa pesquisa de campo com Professores de Matemática dos Ensinos Fundamental, Médio e/ou Superior, elaboramos Projetos de Modelagem Matemática que foram desenvolvidos e avaliados pelos participantes de nossa pesquisa, segundo nossos instrumentos metodológicos de coleta de dados. A partir daí e de nossa observação da realização das atividades, pudemos identificar algumas contribuições para a formação continuada de Professores de Matemática, as quais serão explicitadas e discutidas, a seguir.

À guisa de conclusão, passamos a explicitar algumas categorias (FIORENTINI e LORENZATO, 2009) de contribuições do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática na perspectiva da criação de cenários de investigação em sala de aula para a formação continuada de Professores de Matemática, no sentido de responder à nossa questão de investigação.

Cabe destacar que, para tal, buscaremos um confronto entre nossos referenciais teórico-bibliográficos utilizados ao longo de todo o texto, nossas observações de todo o processo de pesquisa delineado / realizado e a análise dos dados realizada no capítulo anterior, a partir dos questionários e das entrevistas.

1. O desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática evidencia a importância do Professor de Matemática conhecer diversas perspectivas de Modelagem Matemática para utilizá-la em sua prática pedagógica, na perspectiva de valorização do processo de Modelagem

Antes de vivenciar a experiência de desenvolver os projetos, os participantes revelavam não conhecer, de fato, a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem, mesmo 10 (dez) anos após Barbosa (2001a) ter feito destaque semelhante. Isto ficou evidenciado já no 1º encontro, quando apresentamos algumas concepções de Modelagem Matemática, as quais destacaram diversas contribuições para o ensino e a aprendizagem de Matemática, a partir das interações e discussões propiciadas pelo processo de Modelagem.

A partir do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática, os participantes, Professores de Matemática em formação continuada, passaram a enxergar diversas possibilidades de utilização da Modelagem em sua prática pedagógica, configurando-a como uma forma alternativa de se trabalhar conteúdos matemáticos, provocando “questionamentos, reflexões e desafios para seus alunos” (BURAK, 1992). Isto ficou evidenciado pelas ricas sugestões e encaminhamentos fornecidos nos relatórios dos grupos e nos momentos de socialização dos projetos com todos os participantes.

2. O desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática evidencia a importância do Professor de Matemática vivenciar experiências de Modelagem Matemática em sua formação para desenvolver atividades de Modelagem em sala de aula, na perspectiva da ação do fazer conduzir ao saber

Tanto no 1º encontro como no Questionário Inicial, os participantes afirmaram um total despreparo para se trabalhar com Modelagem Matemática em seu ensino. Alguns deles apresentaram como justificativa, a ausência do estudo da Modelagem, de uma forma sistemática, no currículo de seus cursos de graduação (Licenciatura em Matemática), como já havia sido destacado por Reis e outros (2005). Entretanto, todos se manifestaram “ansiosos” por desenvolver atividades práticas de Modelagem Matemática.

A partir do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática, os participantes, Professores de Matemática em formação continuada, vivenciaram uma experiência de Modelagem Matemática que contribuiu para que eles se sentissem mais

preparados / encorajados na realização de atividades de Modelagem em suas salas de aula dos mais variados níveis de ensino. Isso certamente contribuirá para uma transformação de sua prática educativa e, com isso, da atuação dos seus alunos em sala de aula que, por meio do “fazer” buscarão chegar ao “saber” (BURAK, 1987). Este princípio, aliás, foi muito ressaltado e ensejado pelos próprios participantes e ficou evidenciado em suas expectativas manifestadas no Questionário Final e no 2º encontro, durante as apresentações dos projetos.

3. O desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática evidencia a importância do Professor de Matemática refletir sobre o papel das aplicações da Matemática relacionadas a problemas da realidade, na perspectiva de uma aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos

Já no Questionário Inicial, os participantes manifestaram a importância da conexão entre Matemática e realidade no ensino. Entretanto, eles demonstravam um certo ceticismo em relação a quais conteúdos permitiriam (ou não!) uma contextualização. Ademais, quando questionados sobre a forma em que tal contextualização acontecia em sua prática pedagógica, as respostas dadas foram um tanto quanto insipientes e/ou vagas, limitando-se a exemplos pontuais de como se introduzir certos conteúdos na sala de aula.

A partir do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática, os participantes, Professores de Matemática em formação continuada, puderam refletir sobre a importância da contextualização dos conteúdos matemáticos para sua aprendizagem de uma forma significativa pelos alunos, num ambiente que não se restringe a uma única “forma de se pensar Matemática” (CALDEIRA, 2009). Isto ficou evidenciado também, pelos próprios conteúdos matemáticos elencados pelos participantes tanto no Questionário Final como nos relatórios dos grupos, numa perspectiva muito próxima de Biembengut e Hein (2005), para quem o processo de Modelagem Matemática, ao longo de suas etapas, “possibilita o trabalho e o desenvolvimento de conteúdos matemáticos”.

4. O desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática evidencia a importância do Professor de Matemática valorizar a pesquisa, o tratamento da informação e o trabalho em grupo em sua prática pedagógica, na perspectiva de contribuir para a formação sócio-crítica de seus alunos

No 1º encontro, os participantes de nossa pesquisa destacaram que foram formados sob um ensino tradicional de Matemática que dá ênfase aos modelos existentes (fórmulas e equações) como ponto de partida para um desenvolvimento teórico que culmine com a demonstração desses modelos, dentro de um processo que valoriza a conceituação e a exemplificação. Nesse formato, não há espaço para a pesquisa e o trabalho dos alunos se resume a um estudo individualizado.

A partir do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática, os participantes, Professores de Matemática em formação continuada, tendem a valorizar a realização de pesquisas e trabalhos em grupo, na sala de aula, especialmente visando formar alunos para “atuarem criticamente na sociedade” (ARAÚJO, 2009). Também ficou evidenciada, no 2º encontro, durante a apresentação e discussão dos relatórios dos projetos, a importância do tratamento dos dados obtidos nas pesquisas realizadas em grupo, preocupação levantada por Barbosa (2009), ao defender a discussão dos pressupostos utilizados na “organização da coleta e da interpretação dos dados”.

5. O desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática evidencia a importância do Professor de Matemática transformar sua sala de aula em um ambiente propício à investigação de temas relevantes para os alunos, na perspectiva da criação de cenários de investigação

Os participantes de nossa pesquisa, ao longo do 2º encontro, durante a socialização dos projetos desenvolvidos em torno de um tema, destacaram a riqueza dos temas investigados no sentido dos conhecimentos gerados na resolução das questões de investigação que cada grupo escolheu. Cabe lembrar aqui, que a escolha do tema (ou do problema de investigação, que deve ficar a cargo dos alunos) em uma experiência de Modelagem Matemática, segundo Burak (1998), evidencia a própria postura do professor que passa a ser, então, um “mediador” da construção de conhecimentos por parte de seus alunos.

A partir do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática, os participantes, Professores de Matemática em formação continuada, perceberam que, ao se trabalhar com a Modelagem Matemática, cria-se um ambiente propício de investigação de temas relevantes para os alunos, fazendo com que sua sala de aula se transforme num verdadeiro cenário de investigação (SKOVSMOSE, 2008). Nas entrevistas, inclusive, foi feita a identificação de um cenário de investigação como um “cenário de aprendizagem”.

6. O desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática evidencia a importância do Professor de Matemática saber trabalhar com outras áreas do conhecimento e em ambientes educacionais informatizados, na perspectiva de um ambiente de aprendizagem com co-participação entre professores e alunos

Durante o 2º encontro e nos relatórios dos grupos, os participantes de nossa pesquisa manifestaram a importância de se trabalhar com outras áreas do conhecimento que surgiu durante a pesquisa exploratória dos temas investigados, como por exemplo, Física e Economia. Essa possibilidade de abordar áreas do conhecimento que não só a Matemática, em atividades de Modelagem, já havia sido destacada por Bassanezzi (2006).

A partir do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática, os participantes, Professores de Matemática em formação continuada, nos relatórios dos projetos, destacaram a importância das representações gráficas e tabulares dos dados coletados e dos modelos obtidos, favorecendo o trabalho em ambientes informatizados, principalmente no Ensino Fundamental. Esta categoria nos pareceu “emergente”, em nossa pesquisa de campo, uma vez que, em nossa pesquisa teórico-bibliográfica, não havíamos dado um grande destaque para a questão da Modelagem Matemática e Informática Educacional. De sorte que Franchi (2007, p. 191) destaca que: “Nos ambientes de aprendizagem através da Modelagem e da Informática professor e aluno são co-participantes do processo”.

Ao concluirmos o presente trabalho, consideramos relevante destacar algumas dificuldades que ocorreram durante nossa pesquisa.

Por exemplo, durante o desenvolvimento dos temas, a coleta de dados não ocorreu exatamente como havíamos planejado. No “grupo do táxi”, 2 (dois) dos 3 (três) participantes não realizaram a coleta de dados experimentais junto ao taxista como foi planejado pelo próprio grupo, uma vez que nas cidades onde residiam, o serviço de táxi não era cobrado via taxímetro. Porém, uma das participantes ao tomar um táxi em sua cidade, realizou uma coleta de dados e socializou-os no 2º encontro, para que pudessem ocorrer as investigações.

Uma outra dificuldade que consideramos relevante destacar na pesquisa é que o número de encontros destinado aos participantes para desenvolver os Projetos de Modelagem Matemática, não permitiu que fossem feitas reflexões talvez um pouco mais aprofundadas sobre como conduzir os conteúdos que foram elencados durante o

desenvolvimento dos Projetos. Essas reflexões podem contribuir, em muitos casos, para se repensar o próprio currículo.

Consideramos relevante também destacar que, ao longo do desenvolvimento da pesquisa, a leitura de novos referenciais teóricos ampliou nossa visão de Modelagem Matemática numa perspectiva de Educação Matemática, contribuindo para clarificar dúvidas iniciais e fortalecer nossas convicções. Por isso, “acreditamos que uma visão incorporada gera paixão, e essa paixão é o combustível que necessitamos para entrar na zona de risco e ousar quebrar paradigmas”.

Entretanto, a necessidade de alargar os horizontes da Modelagem Matemática numa perspectiva de Educação Matemática que vá além da Matemática Aplicada, exige de nós, professores, disposição em dialogar com outras áreas do conhecimento pois, de acordo com Burak (2010b, p.11):

[...] o não conhecimento, ou a falta de interesse em se conhecer os fundamentos das áreas do conhecimento que constituem a natureza da Educação Matemática passa a comprometer todo um esforço em ampliar as discussões sobre uma necessidade que se faz presente – que é a de se reconhecer os seus fundamentos e a sua metodologia.

Reafirmamos que essas fundamentações teóricas darão suporte ao Professor de Matemática para a implementação da Modelagem Matemática nessa perspectiva de Educação Matemática na qual acreditamos. Esperamos, assim, ter contribuído para a formação continuada dos participantes de nossa pesquisa, aos quais somos gratos.

Concluimos, destacando que nosso trabalho aponta para a necessidade de futuras pesquisas que venham revelar se os “professores em formação continuada”, após suas experiências vivenciadas com a Modelagem Matemática, utilizarão, de fato, essa alternativa pedagógica em sala de aula, pois uma alternativa pedagógica só se efetivará como tal, a partir de uma prática constante.

Por fim, o Produto Educacional que apresentamos como fruto desta dissertação, traz algumas sugestões de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a Funções, que podem ser desenvolvidos / trabalhados tanto no Ensino Fundamental (9º ano) como no Ensino Médio (1º ano).

Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. **Uma Aproximação Socioepistemológica para a Modelagem Matemática**. In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p. 117-134, 2009.
- ANDRADE, P. F. **Aprender por Projetos, Formar Educadores**. In: VALENTE, J. A. (Org.) Formação de educadores para o uso da informática na escola. Campinas: UNICAMP/NIED, p. 58-83, 2003.
- ARAÚJO, J. L. **Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica**. In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p. 55-68, 2009.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2001a.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, p. 1-14, 2001b.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica**. In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p. 69-85, 2009.
- BARROSO, J. M.; LEONARDO, F. M.; GAY, M. R. G.; SILVA, M. C.; MATHEUS, A. R.; LIMA, C. A. R.; BENTIVEGNA, C. E. B.; MACHADO, C. A. V. B.; ALMEIDA, F. R. P.; SILVA, L. M.; GODOI, L. G.; LASELVA, R. C.; ABDOUNUR, O. J. A. **Projeto Araribá: Matemática – 8ª série**. São Paulo: Moderna, 2006.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2006.
- BICUDO, M. A. V. **Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2005.
- BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p. 7-32, 2009.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática na 5ª série**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. UNESP – Rio Claro, 1987.

_____. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese de Doutorado em Educação. Faculdade de Educação – UNICAMP. Campinas, 1992.

_____. **Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário**. Revista Zetetiké. Campinas, v.1, ano 2, p. 47-60, 1994.

_____. **Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática**. Pró-Mat. Curitiba, vol. 1, n.1, p. 32-41, 1998.

_____. **A Modelagem Matemática e a sala de aula**. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, I, Londrina, 2004. Anais... Londrina: UEL, p. 1-10, 2004.

_____. **Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios**. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, II, Apucarana, 2006. Anais... Apucarana: FAP, p. 1-9, 2006.

_____. **Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula**. Revista de Modelagem na Educação Matemática. v.1, n.1, p. 10-27, 2010a.

_____. **Uma perspectiva de modelagem matemática para o ensino e a aprendizagem da matemática**. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Orgs.) **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: UEPG, p. 15-36, 2010b.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica numa perspectiva de Educação Matemática**. In: BURAK, D.; PACHECO, E. R.; KLÜBER T. E. (Orgs.) **Educação Matemática: Reflexões e Ações**. Curitiba: CRV, p. 147-166, 2010.

CALDEIRA, A D. **Educação Matemática e Ambiental: Um contexto de mudanças**. Tese de Doutorado em Educação. Faculdade de Educação – UNICAMP. Campinas, 1998.

_____. **Etnomodelagem e suas relações com a Educação Matemática na infância**. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) **Modelagem Matemática na Educação Matemática: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, p. 81-97, 2007.

_____. **Modelagem Matemática: um outro olhar**. In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p. 33-54, 2009.

CASTRUCCI, B.; CASTRUCCI JR., B. **A Conquista da Matemática** – 9º ano. São Paulo: FTD, 2009.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Contexto, 1990.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática** – 9º ano. São Paulo: Ática, 2009.

FIORENTINI, D.; LORENZATO S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. São Paulo: Autores Associados, p. 133-146, 2009.

FRANCHI, R. H. O. L. **Ambientes de aprendizagem fundamentados na Modelagem Matemática e na Informática como possibilidades para a Educação Matemática na infância**. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) *Modelagem Matemática na Educação Matemática: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, p. 81-97, 2007.

HERNÁNDEZ, F.; VENTURA, M. **A Organização do Currículo por Projetos de Trabalho**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. **Uma reflexão sobre a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática Crítica**. *Bolema*, n.25, p. 71-88, 2006.

IEZZI, G.; DOLCE, O. ; MACHADO, A. **Matemática e Realidade** – 9º ano. São Paulo: Atual, 2009.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no contexto da Educação Matemática: Aspectos filosóficos e epistemológicos**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG. Ponta Grossa, 2007.

MACHADO, N. J. **Cidadania e Educação: Sobre a ideia de projeto**. São Paulo: Escrituras Editora, 2002.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação Matemática online: a elaboração de Projetos de Modelagem**. Tese de Doutorado em Educação Matemática. UNESP – Rio Claro, 2008.

MORI, I. M.; ONAGA, D. S. **Matemática: Ideias e desafios** – 9º ano. São Paulo: Saraiva, 2009.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. **Matemática** – 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC / SEF, 1998.

PEREIRA, E. **A modelagem matemática e o papel do professor de Matemática para o desenvolvimento da criatividade**. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Orgs.) *Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica*. Ponta Grossa: UEPG, p. 115-125, 2010.

REIS, F.S.; CAMARGOS, C.B.R.; GARCIA, M.M.; MACHADO, C.M.; SANTOS, C.A.M. **Descobrimo a Modelagem Matemática: de professores em formação inicial a professores em formação continuada.** In: Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática, IV, Feira de Santana, 2005. Anais... Feira de Santana: UEFS, p. 1-5, 2005.

REIS, F. S. **A Modelagem Matemática na Educação Matemática: algumas considerações e perspectivas.** In: Encontro Regional de Educação Matemática, I, Ipatinga, 2008. Anais... Belo Horizonte: SBEM, p. 1-6, 2008.

SANTOS, A. **Didática sob a ótica do pensamento complexo.** Porto Alegre: Sulina, 2003.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para Investigação.** In: Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, ano 13, n.14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade.** São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica.** Campinas: Papirus, 2008.

TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. **Interdisciplinaridade e Aprendizagem Matemática em sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.