UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS/ICEB
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ATIVIDADES INVESTIGATIVAS E EXPLORATÓRIAS COM O USO DO GEOGEBRA PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA GEOMETRIA ANALÍTICA: PONTOS E RETAS

Orientando: Warley Machado Correia
Orientadora: Marger da Conceição Ventura Viana
Doutora em Ciências Pedagógicas

OURO PRETO
2011

Caro(a) professor(a),

A proposta de ensino, aqui apresentada, foi construída a partir dos resultados da pesquisa de Mestrado em Educação Matemática do Programa de pós-graduação da Universidade Federal de Ouro Preto, intitulada: "Aprendizagem Significativa, explorando alguns conceitos de Geometria Analítica". A pesquisa foi realizada com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, porém a sequência de atividade que apresentamos poderá ser desenvolvida também com alunos do Ensino Médio.

A realização da pesquisa surgiu das minhas preocupações no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Analítica. Inicialmente percebi essa dificuldade nos alunos de Ensino Médio, porém o desejo de contribuir era maior, por este motivo as atividades foram desenvolvidas com futuros professores de matemática, de modo a proporcionar aos mesmos não apenas uma aprendizagem significativa em Geometria Analítica, mas também uma possível modificação da forma de condução da aprendizagem de seus futuros alunos..

As tarefas propostas estão situadas a partir da página 21, mas antes das atividades aconselhamos a leitura do referencial teórico utilizado para realização da pesquisa proporcionando desta forma um apoio ao desenvolvimento das atividades pelo professor.

Ao todo foram elaboradas cinco atividades de caráter investigativo e exploratório, baseado nas idéias de João Pedro da Ponte (2003) e buscando associar os conhecimentos prévios dos alunos fundamentados na perspectiva da aprendizagem significativa de David Ausubel (2000).

Sobre os conhecimentos prévios, foi elaborado um pré-teste que possibilitará ao professor conhecer quais os embasamentos teóricos que já estão desenvolvidos nos seus alunos e quais ainda necessitam ser trabalhados.

Para a realização das tarefas, utilizamos o software de Geometria Dinâmica, GeoGebra. Este software é gratuito e funciona em diversas plataformas, sua linguagem é em português, o que facilita o desenvolvimento das atividades.

Esperamos que este material possa contribuir não apenas para o ensino de Geometria Analítica, mas também para a inserção das atividades investigativas e das novas tecnologias nos estabelecimentos de ensino.

Warley

SUMÁRIO

AS TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO E EXPLORAÇÃO

O que são tarefas de investigação e exploração?

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 9), investigar significa; "tão-só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso."

Estes autores reforçam que o ato de investigar, no processo de ensino e aprendizagem, não necessariamente requer a elaboração de problemas difíceis, mas o trabalho com questões que se apresentem inicialmente de modo confuso, e que com o estudo organizado possam ser esclarecidas. Para estes autores, uma característica forte das investigações em matemática é "a formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso" (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, p. 10).

As tarefas de investigação e exploração levam os alunos a desenvolverem um trabalho similar ao dos matemáticos profissionais, neste tipo de atividade há processos de criação matemática, busca-se fazer conjecturas, testá-las e validá-las ou rejeitá-las, portanto devem ser privilegiadas nas aulas de matemática (ALBANO et al, 1998).

Para Maria Clara Rezende Frota (2005), a introdução das práticas investigativas nas aulas de matemática contribui para uma nova postura diante da matemática.

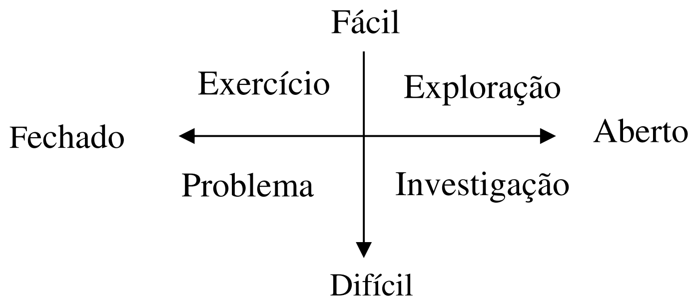
> Atividades de investigação podem conformar uma concepção de matemática como algo dinâmico, do conhecimento matemático como em construção, através do desenvolvimento de idéias e processos, constituintes do pensar e fazer matemáticos (FROTA, 2005, p. 2).

Podemos perceber que as atividades de exploração e investigação, são atividades que buscam propiciar ao aluno situações em que tenham que procurar regularidades, similaridades, semelhanças e padrões, de forma motivadora e desafiadora. Essa busca de similaridades favorece o desenvolvimento de conceitos e ideias, de modo a possibilitar o levantamento de conjecturas e construção dos conceitos explorados nas atividades. É importante destacar que as atividades de investigação:

> (a) estimulam o tipo de envolvimento dos alunos, necessário para uma aprendizagem significativa; (b) fornecem vários pontos de partida para alunos com diferentes níveis de capacidade; (c) estimulam um modo de pensar holístico, relacionando vários tópicos, o que é uma condição fundamental para um raciocínio matemático significativo; e (d) são indispensáveis para fornecer uma visão completa da

Matemática, já que elas são uma parte essencial da atividade matemática (PONTE et al, 1999, p. 134)

Ponte (2003), diferencia as atividades de investigação de outros tipos de atividades matemática, tomando como critério seu contexto referencial e o tempo requerido para a sua resolução. Tal diferenciação pode ser resumida na figura que segue:



Os diversos tipos de tarefas, em termos do grau de dificuldade e de abertura.

Fonte: Ponte (2003, p. 5)

Pela figura anterior, podemos perceber que existe uma linha tênue entre as tarefas de exploração e investigação. Portanto, não faremos distinções entre elas. Desta forma, consideraremos as explorações e investigações como atividades sinônimas. Além disso, os dois tipos de tarefas são atividades mais "abertas". Ponte (2003) enfatiza que muitas vezes não se diferencia tarefas de investigação e de exploração, pois "é complicado saber à partida qual o grau de dificuldade que uma tarefa aberta terá para um certo grupo de alunos" (PONTE, 2003 p. 5).

Segundo Ponte (2003) uma atividade de investigação é desenvolvida em três fases:

Introdução da tarefa: É nesse momento que o professor faz a proposta aos alunos, seja de maneira oral ou por escrito, buscando envolver os alunos para a sua realização. Aconselha-se que seja feita uma leitura em voz alta, de modo a garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta.

Realização da Investigação: As atividades de investigação/exploração podem ser realizadas individualmente, em duplas, em grupos ou com a turma toda. É nesse momento que os alunos deverão formular questões, conjecturas e hipóteses, buscando justificativas para elas. Durante a realização da tarefa é fundamental que o professor acompanhe este processo, pois muitas vezes os alunos intitulam suas conjecturas de conclusões. Logo é necessário que o professor procure levar os alunos a compreender o caráter provisório das conjecturas e que os incentive a procura de uma justificativa que se baseie num raciocínio plausível que os alunos possuem. Porém, conforme afirma PONTE (2003), “somente o trabalho continuado com este tipo de tarefa pode levar os alunos a compreenderem a necessidade de justificarem matematicamente as suas afirmações – em lugar de encarar esse pedido como uma estranha imposição por parte do professor”.

Discussão dos resultados: Este é um momento importante das tarefas de investigação, pois os alunos terão a oportunidade de pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações. Neste momento o professor deverá desempenhar o papel de moderador das discussões, garantindo que sejam comunicados os resultados e os processos da investigação realizada, estimulando os alunos a questionarem-se mutuamente.

Podemos perceber pelas fases de um processo de investigação que o professor assume um papel muito importante. Ele deverá desafiar os alunos, garantido que os mesmos se sintam motivados. Caberá também ao professor avaliar o progresso dos alunos, buscando compreender seus pensamentos, fazendo perguntas e pedindo explicações, além de raciocinar matematicamente, pois esse é um elemento importante de modo a promover a aprendizagem matemática. Também cabe ao professor, apoiar o trabalho dos alunos de modo a garantir que sejam atingidos os objetivos estabelecidos para a atividade.

> No acompanhamento que o professor faz do trabalho dos alunos, ele deve procurar atingir um equilíbrio entre dois pólos. Por um lado, dar-lhes a autonomia que é necessária para não comprometer a sua autoria da investigação e, por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina Matemática (BROCARDO, OLIVEIRA E PONTE, 2003, p. 47).

Nesse sentido, o professor é o responsável por manter um diálogo com os alunos à medida que eles vão trabalhando na tarefa proposta, além de conduzir a discussão coletiva.

Para Frota (2006), as tarefas de investigação não exigem apenas do professor uma nova postura, o aluno também se incentivado deverá obter esta postura de modo a se envolver nas atividades investigativas. Sobre como as tarefas investigativas, podem modificar o ensino de matemática, a autora afirma que:

> Tarefas investigativas transformam-se assim em uma força que move alunos e professores com vistas ao objetivo comum de fazer e explicar matemática, podendo romper a inércia da sala de aula. Destaca-se a potencialidade das tarefas investigativas de retomar em níveis mais significativos a explicação em matemática, com seu rigor conceitual, operacional e simbólico, sua riqueza enquanto instrumento de modelamento da realidade (FROTA, 2006. p. 4).

Nesse sentido é que tomamos a investigação, como estratégia de ensino e aprendizagem, pois favorece aos estudantes a compreensão de como se aprende, investigando sobre sua própria aprendizagem, o que será de grande valia para alunos do Ensino Médio e para os futuros professores possam lidar com o processo de ensino e aprendizagem de seus alunos.

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

O psicólogo David Paul Ausubel nasceu em Nova York (EUA) em 1918. Em 1960, Ausubel propôs pela primeira vez a Teoria da Aprendizagem Significativa. O foco primordial de sua teoria é a aprendizagem cognitiva como cita Marco Antonio Moreira e Elci F. Salzano Massini:

> A psicologia cognitivista preocupa-se com o processo da compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação envolvida na cognição, e tem como objetivo identificar padrões estruturados dessa transformação (MOREIRA E MASSINI 2001, p. 13).

Mas o que é aprendizagem para Ausubel?

Segundo os escritos de Moreira e Massini (2001, p. 13-14) para Ausubel, “aprendizagem significa é a organização e integração do material na estrutura cognitiva”, Ausubel se “baseia na premissa de que existe uma estrutura na qual a organização e a integração se processam”.

Para Ausubel, conforme afirmam Moreira e Massini (2001), a aprendizagem pode se processar de duas maneiras seja por descoberta ou por recepção. Na aprendizagem por descoberta o aprendiz deverá aprender sozinho, descobrirá alguns princípios, fórmulas, relações, etc. Já na aprendizagem por recepção o desenvolvimento do aprendiz se dará em atuar ativamente sobre o material disponível relacionando ideias relevantes já existentes em sua estrutura cognitiva, podendo ocorrer em momentos proposições verbais. Neste caso é o professor que disponibiliza o material para o aluno, e caberá ao mesmo relacioná-lo a sua estrutura cognitiva.

Ainda, segundo Moreira e Masini (2001), a ideia principal da teoria de Ausubel é que a aprendizagem somente ocorre se ela for significativa e relacionada às experiências anteriores dos seus aprendizes, "a ideia central da teoria de Ausubel é a de que o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe" (MOREIRA e MASINI, 2001, p. 17).

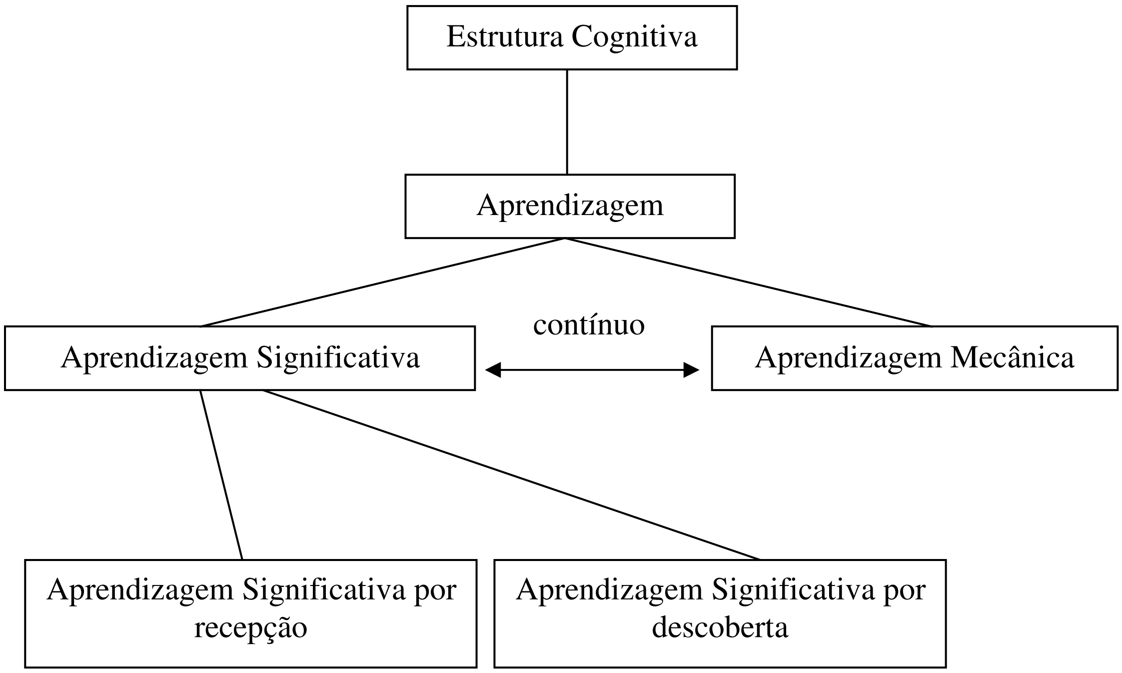
Para que ocorra uma aprendizagem significativa, segundo a teoria de Ausubel, é necessária a utilização de organizadores prévios, que são chamados de subsunçores ou, simplesmente subsunçor (subsumer) já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo.

> Para Ausubel aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Ou seja, neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel define como conceito subsunçor ou, simplesmente, subsunçor (subsumer), existente na estrutura cognitiva do indivíduo (MOREIRA E MASSINI 2001, p. 17).

Para que ocorra a aprendizagem significativa a nova informação ancora-se em subsunçores relevantes, que são preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz (MOREIRA E MASSINI, 2001). Durante a aquisição de novos conhecimentos, o conhecimento prévio existente é considerado por Norma Kerches de Oliveira Rogeri (2005) como um fator decisivo para a aprendizagem.

> Cabe ao professor, a tarefa de organizar situações e indagações que permitam ao aluno explicitar os seus conhecimentos prévios as hipóteses que levanta sobre o novo conteúdo, com o objetivo da construção de significados (ROGERI, 2005, p. 45).

O esquema que se segue nos mostra os principais conceitos relativos à aprendizagem, segundo a teoria de Ausubel, conforme Wilson de Faria (1995), citado por Jeane do Socorro Costa da Silva (2006, p. 13).



Principais conceitos relativos à aprendizagem. Fonte: Faria 1995, citado por Silva 2006, p. 13.

Condições para ocorrer uma aprendizagem significativa

Na perspectiva de Ausubel, o novo a ser aprendido passará a ter um novo significado para o aluno, de modo a enriquecer o conhecimento prévio já existente. Porém para que o aluno possa desenvolver de modo significativo sua aprendizagem, a Teoria de Ausubel, apresenta duas condições fundamentais, segundo Moreira e Massini (2001):

i) A primeira é que o aluno tenha interesse em aprender, relacionando de forma não-arbitrária e não literal o que se deseja, interagindo o novo com aquilo que ele já sabe. Caso isso não aconteça à aprendizagem será mecânica.

ii) O segundo ponto considerado por Ausubel é que a atividade a ser desenvolvida seja potencialmente significativa para o aluno, sendo assim deverá estar relacionada à sua estrutura cognitiva, tendo para ele um significado lógico.

Outro ponto importante, segundo Romero Tavares (2004), é que para ocorrer uma aprendizagem significativa, é necessário também que existam conhecimentos na estrutura cognitiva que possibilitem a sua conexão com o novo conhecimento.

> Quando se dá a aprendizagem significativa, o aprendente transforma o significado lógico do material pedagógico em significado psicológico, à medida que esse conteúdo se insere de modo peculiar na estrutura cognitiva, e cada pessoa tem um

> modo especifico de fazer essa inserção, o que torna essa atitude um processo idiossincrático (TAVARES, 2004. p.56).

Para Moreira e Massini (2001, p. 23):

> A essência do processo de aprendizagem significativa está em que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira não-arbitrária e substantiva (não literal) ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto relevante da sua estrutura de conhecimento.

Na utilização do material a ser aprendido, para que a aprendizagem significativa aconteça, Moreira e Massini (2001) pressupõem que o material a ser aprendido tenha um potencial significativo para o aluno. Sendo assim, deverá se relacionar à sua estrutura do conhecimento de forma não-arbitrária e não literal, e também que o aluno tenha disposição de relacionar a nova situação de aprendizagem de maneira substantiva e não arbitrária à sua estrutura cognitiva.

> (...) independentemente de quão significativo seja o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz é, simplesmente, a de memorizá-lo arbitrária e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos ou sem significado (MOREIRA E MASSINI, 2001, p. 23-24).

Por outro lado, caso não ocorra nenhuma das condições citadas acima, poderá ocorrer o que Ausubel chama de aprendizagem mecânica ou memorística, que se dá com a absorção literal e não substantiva do novo material (TAVARES, 2004). Descreveremos este tipo de aprendizagem a seguir.

O USO DA INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

É possível verificar, no cotidiano como professores de matemática, alguns dos problemas gerados em sala de aula devido ao desinteresse dos alunos. Uma das formas de combater esse desinteresse pode ser a utilização de tecnologias em sala de aula, pois:

> Em uma sociedade crescente e globalizada, é necessário que a escola se preocupe em formar alunos que sejam capazes de resolver problemas, de argumentar, de tirar conclusões, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de criar, de trabalhar cooperativamente e de tomar decisões (PASSOS, 2004, p.20).

Para Maria Carradone, João Cândido Bracarense e Didomenico do Nascimento de Souza (2009), a escola não tem acompanhado o desenvolvimento da tecnologia, tornando-se ultrapassada para os jovens sedentos de modernidade, são jogos eletrônicos, ferramentas da internet e outras novidades. De fato:

> a escola e as técnicas de ensino têm caminhado em passos mais lentos que a tecnologia, e a aprendizagem da escola deixa de ser um atrativo para os jovens, tornando-se barreiras difíceis de ultrapassar, pois exige esforço e disciplina. A educação é antes de tudo oportunidade social (CARRADONE, et al. 2009 p. 2).

O uso de softwares de geometria dinâmica

Uma maneira dinâmica e interativa para o processo de ensino e aprendizagem da geometria e suas propriedades é a utilização de softwares de geometria dinâmica. Podemos dizer que estes softwares recebem o nome de dinâmico pelo fato de permitirem ao aluno construir e desconstruir figuras geométricas, e essas construções possibilitam fazer diversas conjecturas e análises, pois é possível fazer experimentações e manipulações, movimentando as figuras sem a perda das propriedades geométricas, o que além de facilitar o processo de aprendizagem, o torna mais atrativo para o aluno. Conforme Gravina (1996), nesses softwares, os

> (...) desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de "desenhos em movimento", e os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao problema. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento (GRAVINA, 1996, p. 6)

Devido ao fato de alguns destes softwares serem pagos, o seu uso se torna inviável em muitas escolas pelo seu alto custo. Uma possibilidade que vem sendo adotada em muitas redes de ensino são softwares livres, pois com sua utilização se consegue dinamizar as aulas de matemática, sem custos financeiros.

Porém a utilização de softwares requer do professor mais do que o simples querer utilizar, como indicam Yuriko Yamamoto Baldin e Guillermo A. Lobos Villagra "executar tarefas matemáticas em ambiente informático requer dois tipos de conhecimentos, o matemático e o instrumental" (BALDIN e VILLAGRA, 2001, p. 02).

Para esses autores não basta apenas ter conhecimento matemático de geometria ou saber apenas manipular o software; é necessário que o professor planeje as atividades a serem executadas tendo claramente um objetivo a ser atingido; e saiba se posicionar como um mediador no processo de aprendizagem de seus alunos.

Karla Aparecida Lovis e Valdeni Soliani Franco, enfatizam mais:

> É preciso destacar que embora sejam muitas as potencialidades que os *softwares* de matemática oferecem à educação, é necessário ficar atento que a qualidade da utilização dos mesmos depende da forma como eles são utilizados pelos professores. Não podemos deixar de destacar o papel do professor durante as aulas com o auxílio computacional, que deve ser o de "vigiar" as hipóteses e conjecturas dos alunos para que estes não se precipitem em fazer generalizações incorretas dos conteúdos estudados (LOVIS e FRANCO, 2010, pág. 2).

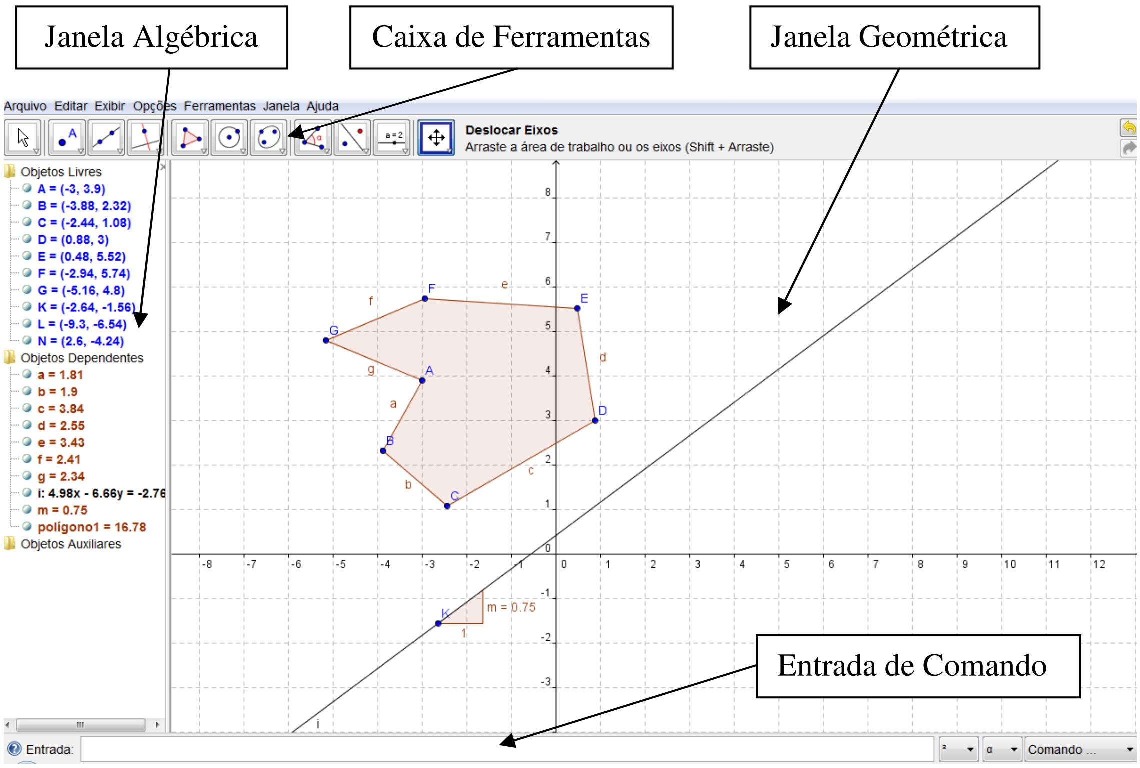
Neste sentido, percebemos que embora a utilização de softwares de geometria dinâmica seja importante, a sua utilização deve ser cuidadosa objetivando promover a aprendizagem dos alunos. Assim, é necessário que o professor tenha conhecimento do objetivo que pretende alcançar. Além de ter o domínio do conteúdo específico, e do funcionamento da tecnologia, é necessário possuir conhecimentos sólidos da metodologia de ensino.

Ressaltamos que a utilização de softwares de geometria dinâmica não concentra a atuação do professor na utilização dos computadores, e sim, como mais um recurso que poderá ser utilizado pelo professor no exercício de sua docência. Pois o "computador pode, então, ser uma competente ferramenta pedagógica para cooperar com o professor, aperfeiçoando o processo de aquisição do conhecimento através do cooperativismo, do coletivismo e da socialização" (VIEIRA, 2010, p. 57).

O software Geogebra

O software GeoGebra foi idealizado e desenvolvido em 2001 por Markus Hohenwarte e desde de 2006 Yves Kreis é seu desenvolvedor. A sua escolha para esta pesquisa se deu pelo fato de sua distribuição ser gratuita, ter sua linguagem em português e por funcionar em diversas plataformas como Windows, Linux e Macintosh.

No entanto, o mais importante é que este software permite construir e explorar objetos geométricos e algébricos, de forma dinâmica e interativa. Possui uma interface simples, com uma lista de ícones que compõe a caixa de ferramentas, que se desdobra em várias outras opções. O software possui uma janela algébrica e uma janela geométrica, podendo na janela geométrica inserirmos uma malha quadriculada. O software oferece na parte inferior um quadro de entrada de comando. E também uma planilha para dados, similar à do Excel. Essas qualidades estão ilustradas na figura a seguir.



Tela principal do GeoGebra. Fonte: Software Geogebra

Como podemos perceber, a tela principal do software, apresenta na sua parte superior um menu com ícones que formam a caixa de ferramentas, que é composta por 11 ícones que ao serem clicados mostram outras funções. Na parte esquerda da tela se encontra a janela algébrica e na parte direita/central a janela geométrica. As construções feitas na janela geométrica se interagem com os dados da janela algébrica. Na parte inferior temos a entrada de comando, onde podemos inserir por exemplo algumas funções.

Por meio do uso dos diversos recursos disponíveis, tanto o aluno quanto o professor podem examinar os objetos construídos, testando e criando conjecturas que podem ou não ser validadas.

O software GeoGebra, esta disponível para download na versão 3.2.0.0 no endereço http://www.baixaki.com.br/download/geogebra.htm, sendo necessário para a sua instalação, a versão Java que se encontra disponível para download em www.java.com/pt_BR/download/ windows_manual.jsp? locale=PTBR&host=www.java.com.

Podem ser encontrados vários tutoriais que auxiliam na utilização do GeoGebra, bem como exemplos que podem auxiliar o professor que esta iniciando a utilizando deste software, um destes tutorias esta disponível em pdf, no endereço http://www.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf, contendo exemplos e explicações que podem auxiliar alunos e professores.

CONHECENDO O ESTÁGIO INICIAL DOS ALUNOS

Para verificar os conhecimentos prévios dos alunos, elaboramos um conjunto de questões que envolvem conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem da Geometria Analítica. As questões estão relacionadas à medida de ângulos, à interpretação de gráficos, à localização de pontos no plano cartesiano, à intersecção de retas, o cálculo do coeficiente angular, e à simetria de pontos. Essas questões abordam conceitos que, em geral, são trabalhados ao longo de toda a Educação Básica. A partir da análise desse pré-teste será possível saber se os conceitos citados "estão previamente organizados" pelo alunos, de modo a verificar suas habilidades e quais embasamentos já trazem de suas experiências.

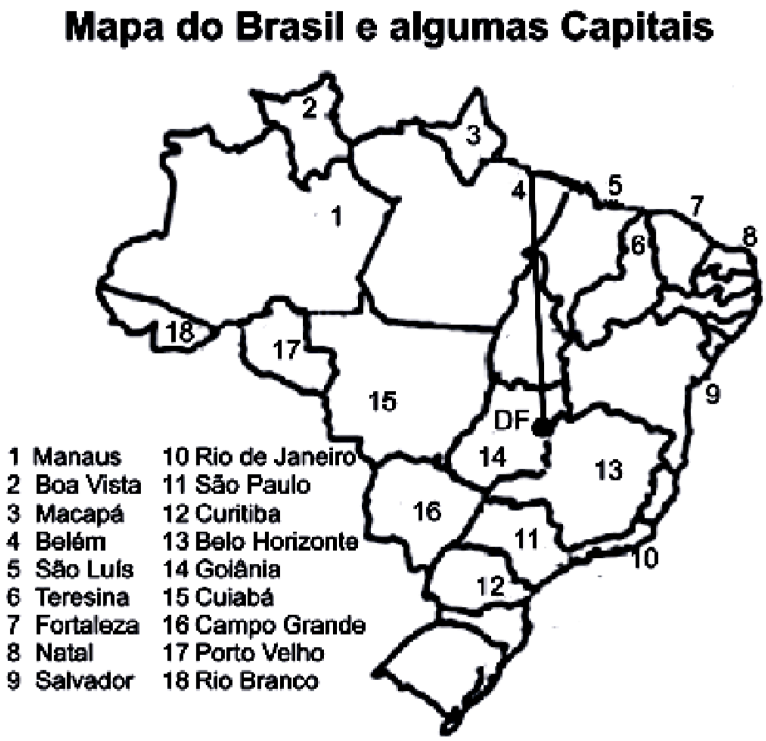
Para que ocorra uma aprendizagem significativa, é necessário conhecer e utilizar os organizadores prévios, pois estes servirão de elo entre o que o aluno já sabe e o que se deseja que ele aprenda. Com a utilização dos conhecimentos prévios o conhecimento novo passará a ter um novo significado para o aluno. Ressaltamos que é difícil desejar que o aluno aprenda algo que não se há conhecimento prévio, pois isso poderá impossibilitar a realização da tarefa, por falta de entendimento por parte do aluno.

Para tanto, apresentaremos as questões do pré-teste e os objetivos pelos quais pretendemos aplicar cada questão deste pré-teste.

PRÉ-TESTE APLICADO ANTES DA EXECUÇÃO DAS TAREFAS PROPOSTAS

QUESTÃO 01
A rota de um avião (ENEM 2009)

Rotas aéreas são como pontes que ligam cidades,estados ou países. O mapa a seguir mostra os estados brasileiros e a localização de algumas capitais identificadas pelos números. Considere que a direção seguida por um avião AI que partiu de Brasília – DF, sem escalas, para Belém, no Pará, seja um segmento de reta com extremidades em DF e em 4.



Suponha que um passageiro de nome Carlos pegou um avião AII, que seguiu a direção que forma um ângulo de 135º graus no sentido horário com a rota Brasília – Belém e pousou em alguma das capitais brasileiras. Ao desembarcar, Carlos fez uma conexão e embarcou em um avião AIII, que seguiu a direção que forma um ângulo reto, no sentido anti-horário, com a direção seguida pelo avião AII ao partir de Brasília-DF. Considerando que a direção seguida por um avião é sempre dada pela semirreta com origem na cidade de partida e que passa pela cidade destino do avião, pela descrição dada, o passageiro Carlos fez uma conexão em:

a) Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Curitiba
b) Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Salvador
c) Boa vista, e em seguida embarcou para Porto Velho.
d) Goiânia, e em seguida embarcou para o Rio de Janeiro.
e) Goiânia, e em seguida embarcou para Manaus.

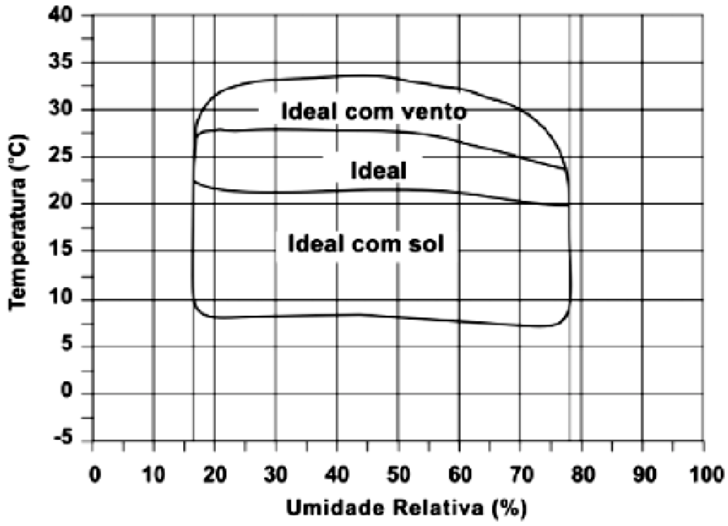
Justifique sua resposta, traçando no mapa o trajeto dos aviões.

Objetivo: Objetivo dessa questão é averiguar quais os conhecimentos prévios os alunos possuem sobre medidas de ângulos situados em um plano e identificar as possíveis dificuldades de interpretação que possam ser apresentadas pelos alunos.

QUESTÃO 02

Encontrando as coordenadas no plano cartesiano (ENEM 2002)

Os seres humanos podem tolerar apenas certos intervalos de temperatura e umidade relativa (UR), e, nessas condições, outras variáveis, como os efeitos do sol e do vento, são necessárias para produzir condições confortáveis, nas quais as pessoas podem viver e trabalhar. O gráfico mostra esses intervalos:



Adaptado de *The Random House Encyclopedias*, new rev, 3 ed, 1990.

A tabela mostra temperaturas e umidades relativas do ar de duas cidades, registradas em três meses do ano.

	Março		**Maio**		**Outubro**	
	T(ºC)	**UR (%)**	**T(ºC)**	**UR (%)**	**T(ºC)**	**UR (%)**
Campo Grande	**25**	**82**	**20**	**60**	**25**	**58**
Curitiba	**27**	**72**	**19**	**80**	**18**	**75**

Com base nessas informações, pode-se afirmar que condições ideais são observadas em

a) Curitiba com vento em março, e Campo Grande, em outubro.
b) Campo Grande com vento em março, e Curitiba com sol em maio.
c) Curitiba, em outubro, e Campo Grande com sol em março.
d) Campo Grande com vento em março, Curitiba com sol em outubro.

Justifique sua resposta.

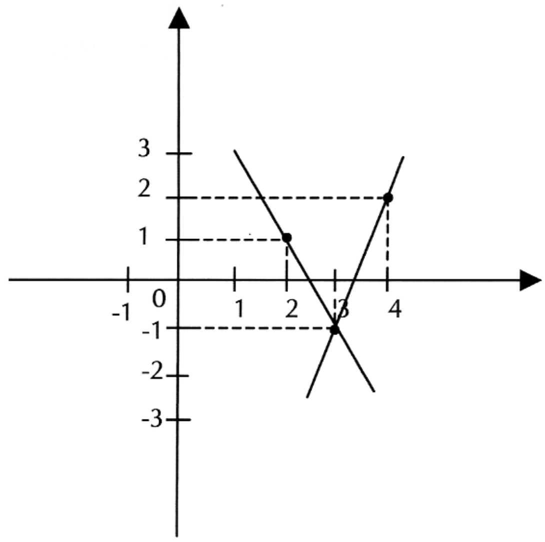
Objetivo: A segunda questão tem o objetivo de verificar se os alunos possuem conhecimentos prévios sobre a localização de um ponto no plano cartesiano, e se sabem interpretar dados de uma tabela representativa de uma situação possível real.

QUESTÃO 03

Resolução Geométrica x Resolução Algébrica

Descubra os valores dos [ ] sabendo que o gráfico representa a solução deste sistema de equações.

$$\begin{cases} 2x + y = [\ ] \\ 3x - y = [\ ] \end{cases}$$



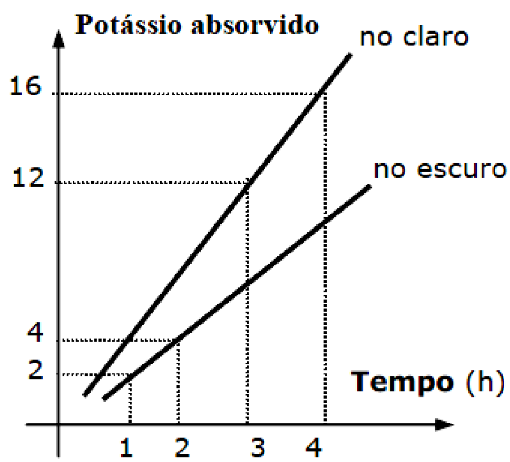
Justifique sua resposta.

Objetivo: Nessa questão será possível avaliar as estratégias que são utilizadas pelos alunos e também se o conceito de pontos pertencentes a uma reta foi aprendido durante o Ensino Fundamental. Dessa forma será possível perceber se os alunos reconhecem quando um ponto pertence ou não a uma reta.

QUESTÃO 04

Calculo do Coeficiente Angular – (Vestibular da VUNESP)

(Vunesp-SP) O gráfico mostra o resultado de uma experiência relativa à absorção de potássio pelo tecido da folha de um certo vegetal, em função do tecido da folha de um certo vegetal, em função do tempo e em condições diferentes de luminosidade.



Nos dois casos a função linear y = mx ajustou-se razoavelmente bem aos dados, daí a referência a m como taxa de absorção (geralmente medida em micromols por unidade de peso por hora). Com base no gráfico, se m_1 é a taxa de absorção no claro e m_2 a taxa de absorção no escuro, a relação entre essas duas taxas é:

a) $m_1 = m_2$
b) $m_2 = 2m_1$
c) $m_1.m_2 = 1$
d) $m_1.m_2 = -1$
e) $m_1 = 2m_2$

Justifique sua resposta.

Objetivo: Essa questão poderemos averiguar se o aluno possuem algum conhecimento sobre o coeficiente angular de uma reta. Poderá ser avaliado também a capacidade de interpretação e as estratégias que poderão ser desenvolvidas pelos alunos, mesmo que não cheguem a resposta correta.

QUESTÃO 05

Escondendo do caçador – Interseção entre retas (Vestibular da UFJF/2009)

Em uma planície, dois caçadores armados estão localizados nos pontos $A(2,1)$ e $B(14,2)$. Nos pontos de coordenadas $C(4,7)$ e $D(11,14)$, encontram-se duas árvores. Um ponto que está livre do alcance das balas de ambos os caçadores é:

a) (43, – 83)
b) (–7, 3)
c) (43, 83)
d) (– 7, – 22)
e) (9,22)

Justifique sua resposta.

Objetivo: Poderemos avaliar se os alunos já desenvolveram algum tipo de conhecimento prévio sobre equação de retas, conhecendo apenas dois pontos, e também em calcular a interseção entre retas. Como a questão é de múltipla escolha, poderá ser resolvida também apenas desenhando as retas em um plano cartesiano, e utilizando as alternativas, neste caso poderemos avaliar a capacidade de interpretação e as estratégias utilizadas pelos alunos.

QUESTÃO 06

Pontos simétricos: trabalhando com o ponto médio

Os pontos A e A' são simétricos em relação ao ponto B(5,2). Sabendo que o ponto A tem coordenadas (3,0) quais são as coordenadas do ponto A'.

Justifique sua resposta

Objetivo: Busca-se avaliar nessa questão os conhecimentos prévios sobre ponto médio e o significado do termo simétrico, em relação a um determinado objeto e a interpretação de uma situação matemática.

QUESTÃO 07

Retas paralelas

Para quais valores de a as retas de equações $3ax - 6y = 5$ e $3x - (a - 5)y = 7$ são paralelas?

Justifique sua resposta

Objetivo: Avaliar se os alunos possuem conhecimento prévios sobre equações representativas de retas, em especial de retas paralelas.

Através das respostas apresentadas pelos alunos no pré-teste, você professor, poderá conduzir a sua aula, a partir das tarefas investigativas propostas, bem como, poderá também propor novas tarefas para seus aprendizes de modo a produzir uma aprendizagem significativa do conteúdo de Geometria Analitica.

Ressaltamos que o professor desempenha um papel muito importante nas tarefas investigativas, pois deverá estimular o envolvimento dos alunos, auxiliando-os e indagando-os para a realização da tarefa investigativa. Caberá ao professor também, tornar o momento de socialização rico em discussões, possibilitando um momento de aprendizagem para todos.

TAREFAS EXPLORATÓRIAS E INVESTIGATIVAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALITICA.

As atividades aqui apresentadas foram elaboradas de forma mais estruturadas e direcionadas, do que normalmente são atividades exploratórias e investigativas. Essa opção se faz necessária, quando os alunos não estão acostumados a realizar tarefas desta natureza. Segundo Pimentel e Paula (2007), a realização de atividades, com uma estrutura mais direcionada se torna mais produtivo, até que o aluno se ambiente com essas atividades, e com o tempo, podemos criar atividades menos estruturadas pois o mesmo estará mais seguro para realizá-las.

As atividades aqui apresentadas, buscam possibilitar aos alunos a elaboração de conjecturas, o desenvolvimento da autonomia, capacidade e valores, pois os mesmos poderão fazer novas descobertas e novos caminhos que não é previsto pelo professor, este é um fato próprio das atividades de investigação e exploração.

Antes de cada atividade, procuraremos alegar os objetivos pretendidos em cada uma das atividades.

TAREFA 01 – ANALISANDO O COMPORTAMENTO DE UM PONTO NO PLANO CARTESIANO

Objetivos:

- Analisar a movimentação de um ponto no plano, de um ponto em um segmento de reta, e de um ponto na interseção de dois segmentos de retas;
- Propiciar uma investigação da posição de pontos no plano;
- Investigar o ponto de interseção de dois segmentos.

Sequência da atividade:

TAREFA 01

01 – Construa três segmentos de retas, AB, CD e EF sendo que os segmentos CD e EF devem se cruzar, e o segmento AB, não deverá se cruzar com nenhum dos outros dois segmentos.

02 – Crie um ponto G no plano cartesiano, fora dos segmentos de reta que foram construídas.

03 – Crie um ponto H sobre o segmento de reta AB.

04 – Crie um ponto na I, interseção dos segmentos CD e EF.

a) Arraste os pontos G, H e I de maneira aleatória. Como se comportam os deslocamentos destes pontos no plano cartesiano? São iguais ou diferentes? Justifique.

b) Movimente agora as extremidades dos segmentos CD e EF. O que você pode observar em relação ao ponto I? Justifique.

c) Construa um segmento de reta com extremidades no ponto I (interseção das retas CD e EF), e um ponto J, que não esteja contido em nenhum dos segmentos de reta. Movimente o ponto J, o que você observa?

d) Movimente novamente as extremidades dos segmentos CD e EF, o que acontece com o novo segmento construído?

e) Salve o arquivo com o seguinte nome ativ01grupo__ .

TAREFA 02 – INVESTIGANDO A EXISTÊNCIA DO PONTO MÉDIO

Objetivos:

- Investigar o significado do termo reflexão;
- Investigar a existência do ponto médio;
- Investigar como podemos calcular as coordenadas do ponto médio.

Sequência da atividade:

TAREFA 02

1) Crie um ponto A qualquer no plano cartesiano.

2) Crie um ponto B qualquer no plano cartesiano.

3) Na 9ª janela, crie um ponto A’, de tal forma que A’, seja a reflexão de A em relação a B.

4) Movimente o ponto A, o que você consegue observar do ponto A’? Qual o significado para você do termo reflexão em relação a um ponto. Justifique.

5) Trace um segmento de reta com extremidades AB, agora trace um segmento de reta no ponto BA’. Movimente o ponto A novamente, o que você consegue observar?

6) Pensando no segmento de reta AA’. Qual nome poderia ser dado ao ponto B? Justifique.

7) Salve esta atividade com o nome Ativ02Agrupo__.

8) Abra um novo arquivo. Marque dois pontos distintos sobre o eixo x? Determine o que seria o ponto B do exercício anterior em relação a estes dois pontos? Como poderíamos calcular algebricamente este ponto?

9) Marque dois pontos distintos sobre o eixo y? Determine o que seria o ponto B da atividade 7 em relação a estes dois pontos? Como poderíamos calcular algebricamente este ponto?

10) Trace um segmento AB no plano cartesiano.

a) Trace um segmento de reta perpendicular ao eixo X passando pelo ponto A.
b) Trace um segmento de reta perpendicular ao eixo Y passando pelo ponto B.
c) Marque o ponto de interseção das duas retas perpendiculares.
d) Trace a mediatriz do segmento BC e a mediatriz do segmento AC.
e) Marque o ponto de interseção entre as duas mediatrizes.
f) Movimente o ponto A e/ou o ponto B, o que você observa?

11) Como poderíamos chamar o ponto de interseção dessas mediatrizes em relação aos pontos A e B? Como poderíamos calcular as coordenadas deste ponto sem traçar as mediatrizes?

12) Salve esta atividade com o nome Ativ02Bgrupo___.

TAREFA 03 – IDENTIFICANDO E TRAÇANDO UMA RETA

Nessa tarefa não será necessária a utilização do software, porém a mesma poderá ser adaptada para ser realizada com o auxilio do software, o que provavelmente possibilitará maiores possibilidades de investigação. Essa opção, se deu para mostrar uma possibilidade de se trabalhar tarefas investigativas e exploratórias, mesmo quando não dispomos de nenhum software.

Essa tarefa é composta de duas partes na primeira o aluno terá a oportunidade de investigar como construir uma reta e na segunda poderá identificar a resolução geométrica de um sistema de duas equações com duas incógnitas.

Objetivos:

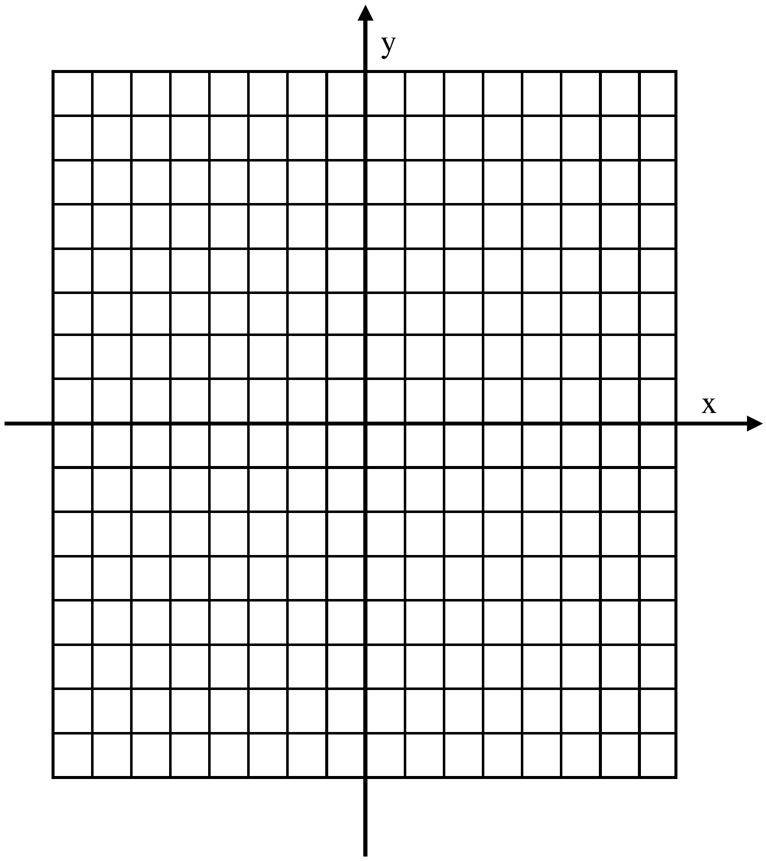
- Investigar as condições para que um ponto pertença ou não a uma reta;
- Explorar as possíveis soluções de uma equação de grau um com duas incógnitas;
- Investigar quantos pontos no plano cartesiano são necessários para traçar uma reta;
- Compreender e explorar a reta como possíveis soluções para a uma equação de grau um com duas incógnitas;
- Investigar a solução geométrica da interseção de duas retas;

Sequência da atividade:

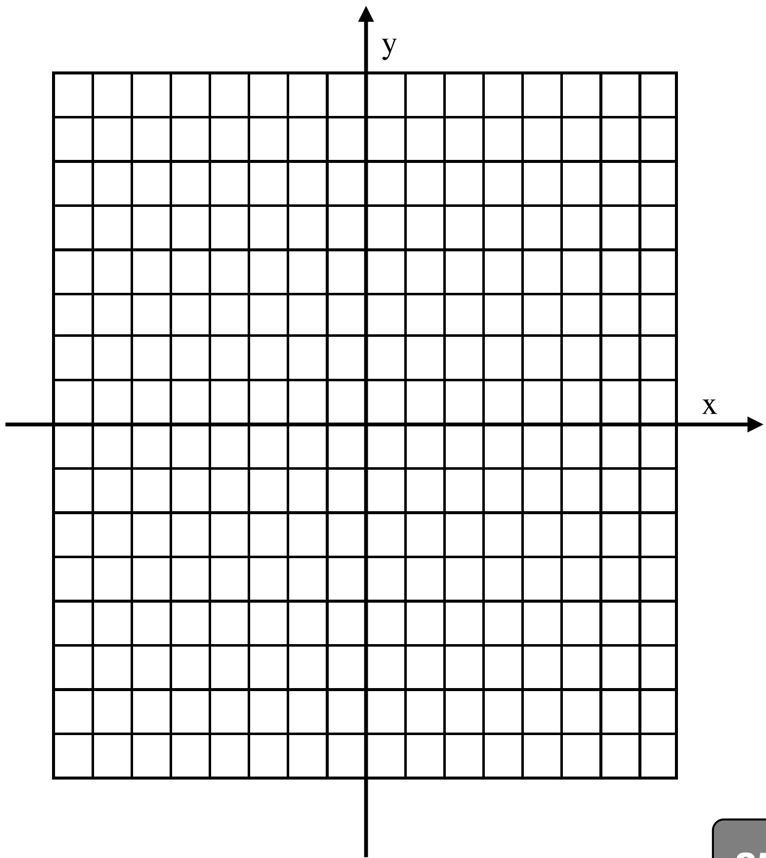
TAREFA 03

01) Determine alguns pares ordenados que sejam soluções de cada equação abaixo. Após determinar esses pontos marque-os em um plano cartesiano.

x + y = 5	
x	**Y**
− 4	
− 3	
− 2	
− 1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	



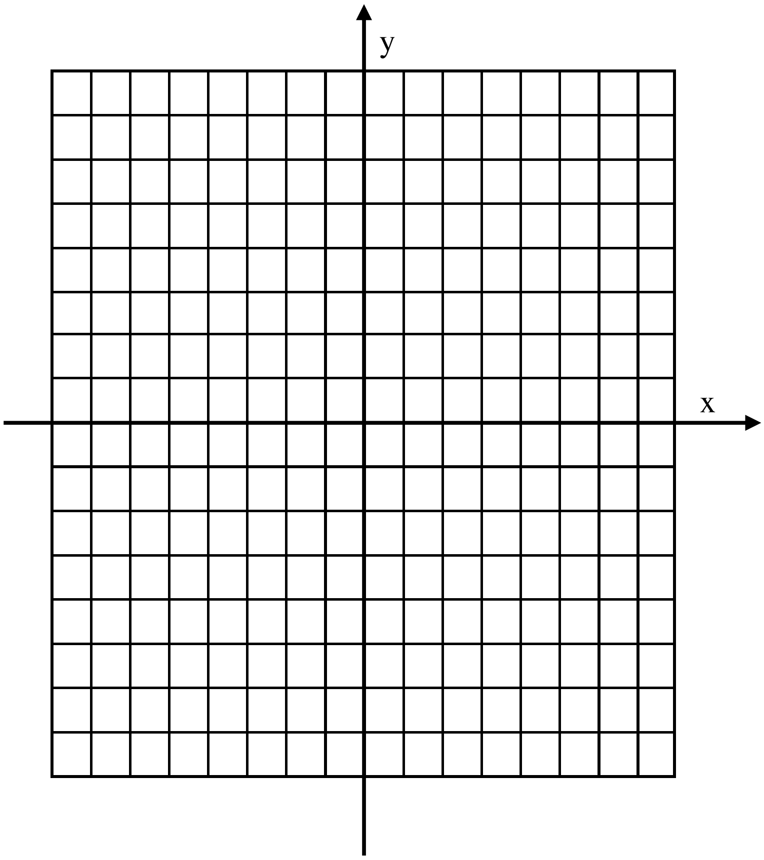
x − y = 1	
x	**Y**
− 4	
− 3	
− 2	
− 1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	



02) Em cada um dos planos cartesianos, ligue os pontos das soluções encontradas. A que conclusão você pode chegar?

03) Determine seis soluções para a equação 2x – y = 5, e trace o gráfico correspondente às soluções.

x – y = 1	
x	Y
– 4	
– 3	
– 2	
– 1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	



04) Agora marque V para verdadeiro e F para falso, justificando cada uma das alternativas.

(   ) O ponto (4,3) pertence ao gráfico ___________________________________

(   ) O ponto (3,2) pertence ao gráfico ___________________________________

(   ) O ponto (2,-1) pertence ao gráfico ___________________________________

(   ) O ponto (-3,-11) pertence ao gráfico ___________________________________

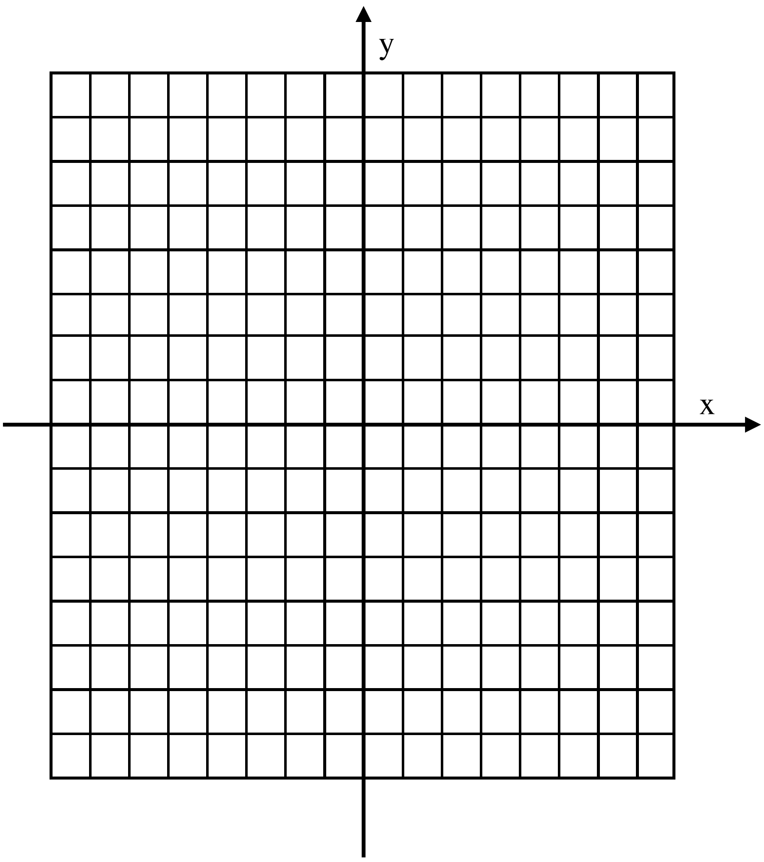
05) A partir das soluções encontradas, quantos pontos você acha ser necessário para determinarmos graficamente uma reta? Justifique seu argumento.

RESOLUÇÃO GRÁFICA OU GEOMÉTRICA DA INTERSECÇÃO DE DUAS RETAS

Determine alguns pares ordenados que sejam soluções das equações abaixo. Após determinar esses pontos marque-os em um plano cartesiano.

2x – y = 5	
x	**Y**
– 4	
– 3	
– 2	
– 1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

x + 2y = - 1	
x	**Y**
– 4	
– 3	
– 2	
– 1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	



Marque com caneta azul os pontos referente a equação $2x - y = 5$, e com caneta vermelha os pontos referente a equação $x + 2y = -1$.

- Investigue se existe um par que seja ao mesmo tempo solução das duas equações. Caso exista este ponto, determine qual é?

- Graficamente como podemos definir a intersecção entre duas retas?

TAREFA 04 – OBSERVANDO O COMPORTAMENTO DA RETA

Objetivos:

- Investigar que existem diferenças quando trabalhamos com uma equação de reta escrita na forma geral e escrita na forma reduzida;
- Investigar as relações existentes entre o termo independente da equação reduzida e o gráfico da reta;
- Investigar se existe alguma relação entre a inclinação da reta e os coeficientes da equação da reta;
- Investigar relações existentes entre o ângulo formado entre a reta e o eixo das abscissas e a inclinação da reta;
- Explorar conceitos iniciais de coeficiente angular de uma reta através da exploração;

Sequência da atividade:

TAREFA 04

1) Trace uma reta definida por dois pontos A e B no plano cartesiano.

2) Movimente o ponto A e/ou o ponto B pelo plano cartesiano, o que você consegue observar do ponto B. Existe alguma relação entre a equação da reta (janela algébrica) e a reta (janela geométrica), o que você pode observar? Justifique

3) Na janela algébrica do Geogebra, clique na equação da reta e mude para a forma $y = kx + d$, o que você observa agora ao movimentar o ponto A e/ou o ponto B? Justifique

4) Caso você tenha feito alguma observação no item 03, que não tenha feito no item 02. Porque apenas agora você conseguiu fazer essa observação?

5) Crie um ponto C, pertencente à reta AB, na intersecção da reta com o eixo y. Movimente novamente o ponto A, o que você consegue observar agora, em relação a este ponto C criado e a equação da reta AB? Justifique.

6) Salve o arquivo com o nome Ativ04Agrupo____.

7) Continue trabalhando com o mesmo arquivo. Na 8ª janela, abra a janela e clique em inclinação. Clique na reta e calcule a inclinação da reta? Movimente novamente o ponto A, o que você consegue observar?

8) Qual a relação que existe entre a inclinação da reta e a equação algébrica da reta? Justifique.

9) Existe alguma relação entre a inclinação e o ângulo? Justifique

10) Como pontos saber se um determinado ponto pertence ou não a esta reta? Justifique.

11) Clique em Salvar como e salve o arquivo com o nome Ativ04BGrupo___.

TAREFA 05 – RETAS PARALELAS E RETAS PERPENDICULARES

Objetivos:

- Investigar as relações algébricas e geométricas existentes entre retas paralelas;
- Investigar as relações algébricas e geométricas entre retas perpendiculares.

Sequência da atividade:

TAREFA 05

1) Trace uma reta qualquer definida por dois pontos A e B no plano cartesiano.

2) Marque um ponto C fora da reta AB.

3) Trace uma reta paralela a reta AB, passando pelo ponto C.

4) A partir de seus conhecimentos prévios, defina o que são retas paralelas?

5) Movimente o ponto C pelo plano cartesiano, o que você observa em relação às retas AB e a reta paralela construída? Observe tanto a janela geométrica do Geogebra, quanto à janela algébrica.

6) Na janela algébrica do Geogebra, modifique ambas as equações para a forma y = kx + d. O que você consegue afirmar agora sobre retas paralelas. Construa outras retas para validar suas conjecturas.

7) Como podemos saber se duas retas são paralelas ou não, conhecendo apenas suas equações. Crie para isso uma relação matemática que possa definir se duas retas são paralelas ou não.

8) Na parte inferior do Geogebra, no campo Entrada. Escreva uma equação de reta que seja paralela as retas que você construiu anteriormente. Escreva as equações de reta que estão atualmente na janela algébrica do geogebra, destacando a que foi escrita no campo entrada.

9) Salve o arquivo com o nome Ativ05Agrupo____.

10) Abra um novo arquivo. Neste novo arquivo construa uma reta AB definida por dois pontos.

11) Marque um ponto C fora da reta AB e trace uma reta perpendicular a reta AB, passando pelo ponto C.

12) A partir de seus conhecimentos prévios defina retas perpendiculares?

13) Movimente o ponto C, o que você observa em relação às retas AB e a reta perpendicular construída? Observe tanto a janela geométrica do Geogebra, quanto à janela algébrica.

14) Na janela algébrica do Geogebra, modifique ambas as equações para a forma $y = kx + d$. O que você consegue afirmar agora sobre retas perpendiculares. Construa outras retas para validar suas conjecturas.

15) Como podemos saber se duas retas são perpendiculares ou não, conhecendo apenas suas equações. Crie para isso uma relação matemática que possa definir se duas retas são perpendiculares ou não.

16) Na parte inferior do Geogebra, no campo Entrada. Escreva uma equação de reta que seja perpendicular as retas que você construiu anteriormente. Escreva as equações de reta que estão atualmente na janela algébrica do geogebra, destacando a que foi escrita no campo entrada.

17) Salve o arquivo com o nome Ativ05Agrupo____.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, JOSÉ JOELSON PIMENTEL. *Formação contínua de professores: um contexto e situações de uso de tecnologias de comunicação e informação.* 192p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2006.

AUSUBEL, David. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.* Tradução: Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano Edições Técnicas. 1ª edição, 2003.

BORBA, Marcelo de Carvalho e Mirian Godoy Penteado. *Informática e Educação Matemática*. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 104 p.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasilia: MEC, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb /arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 05 jul. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. *Parâmetros Curriculares Nacionais + Ensino Médio*: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Secretaria de Educação Média e Tecnológica Brasil: MEC; SEMTEC, 2002. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 04 jul. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação, Conselho Nacional de Educação/Conselho Pleno. Parecer CNE/CP 009/2001. (Estabelece as Diretrizes Curriculares para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena). Brasília, 2001. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/cne/ arquivos/pdf/009.pdf>. Acesso em 26 dez. 2010.

BALDIN, Y.Y e VILLAGRA G.A.L, *Texto de Mini-curso: Atividades de Geometria aplicadas à Resolução de Problemas (uso auxiliar de informática).* Projeto Pró-ciências CAPES/FAPESP, UFSCar, 2001.

BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 149 p.

ERNEST, Paul. Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia. In: ABRANTES, Paulo; LEAL, Leonor Cunha.; PONTE, João Pedro (Org.) *Investigar para aprender matemática – textos selecionados*. Lisboa: Grupo Matemática para todos, 1996. p. 25-48.

FROTA, Maria Clara Rezende. Experiência Matemática e Investigação matemática. In: *V CIBEM*, Porto, Portugal, jul. 2005. Disponível em: <http://www.matematica.pucminas.br/ Grupo%20de%20Trabalho/ Maria%20clara/experienciaDocumento%20do%20Acrobat.pdf >.Acesso em 08 abr. 2011.

Frota, Maria Clara Rezende. *Investigações na sala de aula de Cálculo*. 29ª Reunião da ANPE, 2006.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. In: *Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*. p. 1-14, Belo Horizonte, 1996. Disponível em:<http://www6.ufrgs.br/ espmat/disciplinas/geotri/pdf/maria-alice_geometria-dinamica1996-vii_sbie.pdf> Acesso em: 09 abr. 2011.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie F. Salzano. *Aprendizagem Significativa: A teoria de David Ausubel*. São Paulo, Centauro, 2001, 112 p.

OLIVEIRA, Hélia Margarida; SEGURADO, Maria Irene; PONTE, João Pedro. Explorar, investigar e discutir na aula de matemática. In Paulo Abrantes, João Pedro da Ponte, Helena Fonseca, Lina Brunheira (Eds), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (p. 175-182). Lisboa: Projeto MPT e APM, 1999. Disponível em: <http://ia.fc.ul.pt/ textos/>. Acesso em: 22 set. 2009.

PASSOS, Adriana Quimentão. *Geometria Analítica – pontos e retas: uma engenharia didática com software de geometria dinâmica*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004. 269 p.

PIRES, Célia Carolino. Reflexões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica. In: *Forum Estadual dos Cursos de Licenciatura em Matemática do Paraná*, 2002, Londrina. Anais. Londrina: SBEM, 2002, p. 15-17.

PONTE, João Pedro da. A vertente profissional da formação inicial de professores de Matemática. In: *Educação Matemática em Revista*. Edição Especial. Número 11. 2002 p. 03 – 08.

PONTE, João Pedro da, BROCADO, Joana, OLIVEIRA, Hélia. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, João Pedro da. Investigar, ensinar e Aprender. *Encontro Nacional de Professores de Matemática*. 2003. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/ jponte/ docs-pt /03-Ponte %28Profmat%29.pdf. acesso em 10/11/2010.

PONTE, João Pedro da, et al. *Investigando as Aulas de Investigações Matemáticas. In: Investigações matemáticas na aula e no currículo*, (p.133-151). Lisboa: Projeto MPT e APM. 1999.

PONTE, João Pedro da. et al. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. In: *Quadrante*, 7(2), 41/70, 1998.

PONTE, João Pedro da. A investigação sobre o professor de matemática – problemas e perspectivas. *Livro de Resumos I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.* Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Serra Negra, SP: 2000

PORFÍRIO, Joana, OLIVEIRA, Hélia. Uma reflexão em torno das tarefas de investigação. In: ABRANTES et al (orgs). *Investigações matemáticas na aula e no currículo. Matemática para todos - investigações na sala de aula e Associação de professores de matemática*. 1999.

VIEIRA, CARMEM ROSILENE. *Reiventando a geometria no Ensino Médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de geometria dinâmica e a Teoria de Van Hiele*. Dissertação de mestrado: Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. 2010.

ANOTAÇÕES