Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Departamento de Matemática

Mestrado Profissional em Educação Matemática

TECNOLOGIAS INFORMACIONAIS E COMUNICACIONAIS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA FINANCEIRA: criando cenários de investigação na Licenciatura em Matemática

Autor: Prof. Ms. Newton Rodrigues Filho

Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis

Ouro Preto

2012

Ao Professor de Matemática Financeira em cursos de Licenciatura em Matemática

Professor, este material apresenta as contribuições de uma proposta de ensino de Matemática Financeira em cursos de Licenciatura em Matemática, a partir do trabalho com Tecnologias Informacionais e Comunicacionais, visando a criação de cenários de investigação na sala de aula do Ensino Superior.

Este produto educacional tem como objetivo propor um curso de Matemática Financeira no Ensino Superior que utiliza as planilhas de papel, planilhas do Excel e a calculadora HP12-C. Essas ferramentas compõem aquilo que denotaremos como Tecnologias Informacionais e Comunicacionais na Educação Matemática – TICEM, que são ferramentas importantes no desenvolvimento de habilidades financeiras para alunos de graduação.

Utilizamos as experiências que temos como professor de Matemática Financeira e também as experiências de outros professores que ensinam Matemática Financeira nos Ensinos Fundamental, Médio e/ou Superior. Assim, buscamos apontar alguns caminhos que evidenciam uma melhor apropriação de conhecimento pelos alunos do Ensino Superior quando utilizam tecnologias no estudo de tópicos da Matemática Financeira.

Ressaltamos que o presente Produto Educacional é fruto da nossa Dissertação defendida junto ao Mestrado Profissional em Educação Matemática do programa de pós-graduação da Universidade Federal de Ouro Preto, intitulada “Utilizando Tecnologias Informacionais e Comunicacionais na Educação Matemática Financeira: um estudo com alunos de graduação”. As atividades aqui propostas foram implementadas e avaliadas por alunos de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, lócus de nossa pesquisa de campo.

Esperamos o Produto Educacional construído por nós seja um incentivo para professores e alunos que queiram aprender a utilizar a Matemática Financeira na sala de aula e também nas suas próprias finanças. Que ele seja o meio facilitador na manipulação de planilhas eletrônicas e de papel que visem bons negócios na vida das pessoas, como compra de eletrodomésticos, carros ou até mesmo no financiamento da casa própria, para que o bom uso do dinheiro seja um facilitador na realização própria da maioria dos brasileiros que, infelizmente, não tem essa Educação Matemática Financeira presente nas suas vidas.

SUMÁRIO

1. Uma breve revisão de literatura sobre o ensino de Matemática Financeira

Para compreendermos o ensino de Matemática Financeira no Ensino Superior, tomamos a atitude de fazer um levantamento sobre o que os pesquisadores da Educação Matemática têm produzido nesses últimos anos e as possíveis contribuições nesse contexto educacional. Com isso, levantamos algumas pesquisas na área de Matemática Financeira; dentre eles, podemos citar:

1) O ensino de Matemática Financeira na graduação com a utilização da planilha e da calculadora: uma investigação comparativa, de Adriano Feijó (2007); trata-se de uma dissertação que destaca a importância do uso de calculadoras eletrônicas e a planilha do Excel para modificar o comportamento dos alunos de um curso de Ciências Contábeis de uma faculdade particular do Rio Grande do Sul, fazendo uma abordagem da motivação dos seus alunos ao utilizarem esses veículos e faz uma amostragem quantitativa sobre os elementos envolvidos, os alunos, sua origem, a sua formação e o aproveitamento em questões investigativas;

2) O ensino de Matemática Financeira com tecnologias: um estudo com professores de um grupo de formação continuada, de Merielen Fátima Caramori e Nilce Fátima Scheffer (2009); trata-se de um artigo que trata do uso de calculadora HP12-C e do Excel na formação continuada de professores, destacando a importância na formação do professor para o ensino da Matemática Financeira com o uso de tecnologias que o auxiliem na sala de aula e motivem os alunos, por meio dessas ferramentas, a desenvolverem o senso crítico no seu contexto educacional e no seu cotidiano;

3) Planilhas convencionais e on-line: um estudo comparativo para o ensino na graduação, de Luiz Carlos Gomes Moreira (2008); trata-se de uma dissertação que destaca a importância do uso de calculadoras eletrônicas e a planilha do Excel para modificar o comportamento dos alunos de um curso de Ciências Contábeis, fazendo também uma análise no uso das tecnologias da informação no ensino de Matemática Financeira Superior;

4) Uma abordagem visual para o ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio, de Rosa Cordelia Novellino de Novaes (2009); trata-se de uma dissertação que destaca a importância do uso das tecnologias da informação, em particular as calculadoras, no Ensino Médio, dentro do estudo de Matemática Financeira, explorando as atividades investigativas.

2. As Tecnologias Informacionais e Comunicacionais na Educação Matemática

As Tecnologias Informacionais e Comunicacionais na Educação Matemática - TICEM devem ser investigadas nos vários níveis de formação dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior. É difícil pensar, na escola da inclusão, num projeto escolar interdisciplinar ou mesmo que só envolva a Matemática, no qual que não se utilize das TICEM.

Segundo Fiorentini (2003), o uso das tecnologias no ensino de Matemática é inovador e possibilita a interação de professores e alunos na sala de aula ou em um ambiente educacional. Isso é reiterado por D'Ambrósio (2001):

> Em função da tecnologia disponível, surgem novos objetivos para a Educação Matemática. Muitas vezes, a resistência vem embebida de um discurso ideológico obsoleto, que dificulta dos males e do capitalismo perverso, identificados na iniquidade, arrogância e prepotência, tão comuns nas escolas atuais. E também novos conteúdos, importantes e atuais, que nunca poderiam ser abordados sem a informática (D'AMBRÓSIO, 2001, p. 55).

Por isso, não devemos deixar de utilizar as TICEM como forma de introduzir outras formas de ensinar os conteúdos de Matemática, devido à sua potencialidade e visualização. Muitos professores, por vários motivos, ainda se negam a utilizar as TICEM como um recurso didático no ensino de Matemática. Essa atitude está mais ligada a uma questão ideológica do professor do que de outra ordem. Pois, em um grande número de escolas públicas, existem salas de computadores financiadas pelo governo federal.

O que queremos é dar significado a essas práticas com as TICEM para dar suporte ao professor em sala, motivando-o a mudar seu paradigma tradicional, além de atentar para a formação continuada do professor, fazendo com que ele se aproprie dessas tecnologias. Corrêa (2009) diz em termos semelhantes que negar os meios de comunicação que existem na nossa familiaridade como TV, rádio e imprensa, é também negar que as tecnologias aplicadas na Educação não reproduzem a dominação cultural existente na nossa sociedade; aponta que a educação escolar pode ser uma alternativa para superar esse domínio cultural e cita uma das funções que o educador deve ter ao enfrentar essa questão tecnológica social:

> Cabe ao educador refletir profundamente sobre os meios de comunicação, entre os quais o jornal impresso, como formadores de opinião entre os cidadãos que, direta ou indiretamente, deles se utilizam, considerando: que os meios geram sua própria cultura, diferente da tradicional [...] devido à novidade da cultura dos meios, à sua força da integração na sociedade e ao emprego de códigos singulares, será necessário formar cidadãos para essa cultura (CORRÊA, 2009, p. 96).

Podemos notar que essa cultura citada é a cultura das TICEM aplicadas no ensino que sofrem diretamente influência dos meios de comunicação que cercam nossos alunos. Assim sendo, como a escola pode negar essa realidade tão presente nos hábitos desses alunos? Se o professor se afasta desses meios na sua forma de ensinar, ele também se afasta dos seus alunos; logo, a Educação não faz o elo entre o ensino e a aprendizagem, dificultando esse processo e impossibilitando a cidadania plena do aluno.

Esse fenômeno dos avanços tecnológicos e da internet deve ser introduzido no contexto escolar como forma de fornecer ao aluno, condições de igualdade social perante as novas propostas de trabalho do mundo moderno.

Aqui, entra o nível de letramento digital[1] que o aluno possui, de como ele utiliza o hipertexto[2]das várias disciplinas e comunicações com o mundo exterior, a partir de sua interação com outras pessoas nas redes sociais, na pesquisa avançada de alguma

---

[1] Letramento digital – Há autores que consideram que letramento são as práticas de leitura e escrita. Segundo Kleiman (1995, p. 19), "podemos definir hoje o letramento como um conjunto de práticas sociais que usam a escrita, enquanto sistema simbólico e enquanto tecnologia, em contextos específicos, para objetivos específicos". Em texto posterior, a autora declara entender letramento "como as práticas e eventos relacionados com uso, função e impacto social da escrita" (KLEIMANN, 1998, p. 181). Nessa concepção, letramento são as práticas sociais de leitura e escrita e os eventos em que essas práticas são postas em ação, bem como as conseqüências delas sobre a sociedade.

[2] Hipertexto – *Espaço de escrita,* na definição de Bolter (1991), é "o campo físico e visual definido por uma determinada tecnologia de escrita". Todas as formas de escrita são espaciais, todas exigem um "lugar" em que a escrita se inscreva / escreva, mas a cada tecnologia corresponde um *espaço de escrita* diferente. Nos primórdios da história da escrita, o espaço de escrita foi a superfície de uma tabuinha de argila ou madeira, ou a superfície polida de uma pedra; mais tarde, foi a superfície interna contínua de um rolo de papiro ou de pergaminho, que o escriba dividia em colunas; finalmente, com a descoberta do códice, foi e é a superfície bem delimitada da página – inicialmente de papiro, de pergaminho, finalmente a superfície branca da página de papel. Atualmente, com a escrita digital, surge este novo espaço de escrita: a tela do computador.

instituição acadêmica ou num curso à distância. Tanto alunos como professores necessitam utilizar essas tecnologias para estarem em ressonância construtiva com o mundo das informações e comunicações, com o mundo das descobertas e com o avanço tecnológico na área educacional, dos *softwares* educacionais, que possibilitam uma interação mais igualitária nas diversas áreas do conhecimento.

De acordo com Lévy (2008, p. 81), a memória humana está bem distante da ideal para resgatar informações anteriores; logo, é falha ao repassar algumas informações. Com isso, verificamos a importância das tecnologias ligadas às informações e às comunicações, fazendo com que o computador possa ser um dos meios de resgate e retomada da memória da cultura dos povos, melhorando-a a partir da visualização e da compreensão do todo e suas diversas aplicações.

De acordo com Costa e Monteiro (2004), essa apropriação da cibercultura é uma forma diferenciada de apropriação do saber, englobando formas de obter informações a partir de uma fonte inovadora de transmissão das informações, provocando uma revolução na forma se aprender, devido à rede de informações e conhecimentos colocados à disposição do aluno, com acesso fácil e rápido, infinitamente maior do que o acesso no âmbito da escola tradicional.

Cabe ao professor, a motivação e o conhecimento necessário nesse novo paradigma educacional que propõe mudanças na forma de ensinar e aprender, pois ensaia caminhos novos, em uma zona de risco inusitada, ao interagir com essa tecnologia.

Loyola (2005) fala da dificuldade do professor de Matemática em adaptar-se nesse novo paradigma, com os alunos em duplas, na sala de informática, onde os alunos já possuíam certos conhecimentos sobre a informática; além de alertar sobre a zona de risco na qual o professor entra, sem saber aonde vai chegar e na qual, às vezes, não quer entrar, ficando na zona de conforto, mantendo o padrão das aulas tradicionais.

Borba e Penteado (1999) confirmam essas alterações no comportamento dos professores frente ao uso das TICEM:

> Em geral, o professor enfrenta os desafios impostos pela profissão e busca criar alternativas, porém a introdução do computador na escola altera os padrões nos quais ele usualmente desenvolve sua prática. São alterações no âmbito das emoções, das relações e condições de trabalho, da dinâmica da aula, da reorganização do currículo, entre outras (BORBA e PENTEADO, 1999, p. 298).

A zona de risco é uma metáfora utilizada por Borba e Penteado (1999) que significa uma situação criada em um ambiente educacional informatizado, onde professores e alunos exploram um determinado *software*, sem saber o que vão encontrar durante essa exploração. Tanto professores quanto alunos constroem conjecturas e tentam formalizar o que descobrem na investigação. O professor assume o papel de facilitador desse processo educacional, mas ele não sabe onde pode chegar essa exploração.

O professor que não quer tomar essa atitude de ousadia, na tentativa de buscar novos caminhos para o conhecimento matemático, busca se manter na sua posição tradicional, chamada de zona de conforto. Quando o professor se coloca dentro da zona de risco, ele tem várias possibilidades de sucesso, se ele se prepara para ela. Senão, ele se perde perante a turma e põe em risco a sua autoridade de professor dentro desse novo paradigma da educação.

De acordo com Penteado (1999):

> A professora continua sendo a autoridade dentro da sala de aula, e é ela quem vai conduzir os alunos no sentido de explorar esse ou aquele conceito, mas a negociação entre ela e seu aluno parece ganhar força. O poder legitimado pelo domínio da informação não está só nas mãos da professora, e os alunos conquistam espaços cada vez maiores neste processo de negociação (PENTEADO, 1999, p. 305).

As formas de motivação no processo de ensino e aprendizagem de qualquer conteúdo de Matemática perpassam por diversos caminhos, dentre eles o uso de tecnologias computacionais. Junto a isso, é possível vivenciar um ambiente de aprendizado com referências à realidade.

Sabe-se, é claro, dos riscos que o professor pode correr ao utilizar as TICEM, como problemas com a conexão da internet, um programa que não foi instalado a tempo, o número de máquinas que não condiz ao número de alunos nas aulas, além de outros problemas técnicos e do próprio *software* que pode não operar da forma programada. O professor deve se preparar para não se decepcionar com esses problemas, com o barulho dos alunos e, principalmente, para enfrentar a zona de risco com tranqüilidade, numa atividade de investigação e descobertas para os alunos e para ele também.

Segundo Skovsmose (2008, p. 49-50), a zona de risco não pode ser considerada uma zona problemática para o professor; ela deve ser considerada como uma zona que traz também novas oportunidades de aprendizagem. A aula se torna mais experimental, dando a perspectiva de que coisas novas podem acontecer no desenvolvimento das atividades investigativas com as TICEM.

Assim, deve-se fazer o possível para que o professor trabalhe nessa zona de risco, sabendo das suas potencialidades e riscos. Retornar à zona de conforto é um retrocesso ao processo de inclusão nas escolas, é negar o direito humano de inclusão digital do aluno, que a educação deve garantir. Com isso, os direitos do aluno obrigam o professor a adentrar nessa zona de risco, pois estão conectados direitos e riscos, nesse processo de inclusão.

3. Os cenários de investigação

A sala de aula tradicional, com alunos sentados individualmente e o professor de Matemática escrevendo no quadro, as fórmulas, definições, demonstrações, exemplos e exercícios a fazer, compõem o paradigma do exercício. Essa cena com certeza não vai deixar de existir na maioria das escolas, mas bem que poderia ser alterada para um cenário bem diferente, com seres humanos preocupados com outros seres humanos, utilizando as mídias para a construção do conhecimento, compondo um cenário de cidadania completa dentro do ambiente de aula.

Agora, propomo-nos a analisar como essa sala de aula pode se transformar em um ambiente informatizado e compor um cenário de investigação, com a interação entre seres humanos. Vamos buscar, então, apoio em vários teóricos como Borba (2005), Ponte (2001), Levy (2008), Skovsmose (2008), dentre outros que propõem essa complexa variedade de coisas em sala da aula para os seus principais protagonistas do processo educacional: professores, alunos e mídias..

Sem perder a generalidade, esses fatores serão decisivos se os agentes do processo educacional não perderem o foco da base dos conceitos básicos da Matemática, quando utilizam recursos didáticos para alcançá-los.

A identidade profissional do professor de Matemática está aliada à sua concepção da Educação Matemática e do que propõe a ser para seus alunos, perante a disciplina que escolheu para lecionar, além das tecnologias que utiliza para conseguir seus objetivos didáticos. Um ambiente que valoriza seres humanos, suas intenções, aliado às tecnologias da informação e comunicação, visa libertar o aluno de suas atitudes apáticas e transformá-lo em um agente participativo desse novo cenário, que possibilita a sua interação com outros seres que constroem uma prática educacional do aprender a aprender, buscando o conhecimento.

Segundo Skovsmose (2008), um ambiente de aprendizagem é composto por vários atores do processo de ensino e aprendizagem: o local físico, o professor, os alunos, o conteúdo abordado e, principalmente, a forma com que ele será abordado (realidade e semi-realidade), propondo um cenário de investigação participativo para o processo de ensino, que compõe o cenário de investigação.

Assim sendo, podemos fazer com que o aluno utilize as tecnologias do lápis e papel, bem como do computador ou da calculadora HP12-C, promovendo alternativas desse contexto pedagógico. Com essa interação do uso de várias tecnologias na resolução de um mesmo problema, pode o aluno criticar as soluções e propor outros caminhos na resolução desse problema. Desse modo, faz-se possível elaborar um planejamento antes de utilizar a planilha eletrônica e promover alterações na tela do computador, explorando as diferentes formas de aprendizado.

Alguns professores de Matemática Financeira, responsáveis pelas estruturas matemáticas da Matemática Financeira (de acordo com os PCN), apresentam algumas lacunas referentes aos conceitos de mercado financeiro e suas operações, devido à estrutura curricular dos cursos de licenciatura, além da inacessibilidade às novas tecnologias de informação e comunicação (COSTA e MONTEIRO, 2004, p.79), prejudicados pela falta de capacitação para trabalhar com informática educativa.

Isso pode ocorrer, talvez porque, de acordo com Reis (2003):

> Os professores universitários, formados sob uma perspectiva técnico-formal, enfatizam / priorizam o conhecimento especifico do conteúdo em sua ação enquanto formadores de professores e estes, os últimos na hierarquia docente encabeçada por seus formadores, tendem a reproduzir em sala de aula no ensino fundamental e médio uma adaptação do *show* de conhecimentos específicos dado por seus formadores, mestres e doutores de inquestionável conhecimento matemático (REIS, 2003, p. 16).

A formação dos professores de Matemática está, pois, diretamente ligada aos saberes propostos na estrutura curricular e, com certeza, sob uma forte influência dos mestres e doutores que fazem a transmissão desses conhecimentos matemáticos, provocando um efeito “dominó” em seus alunos, que serão os futuros professores no Ensino Médio e também no Ensino Superior.

Para que as atividades de Matemática tenham caráter investigativo e de exploração é necessário que o professor elabore suas aulas sob a óptica desse novo paradigma, que os seus projetos educacionais contenham conteúdos contextualizados com aplicações das TICEM que façam sentido e significado para os seus alunos.

Já Skovsmose (2000) afirma que existem dois tipos de referência: uma de questões matemáticas da Matemática pura, e outra do tipo de questões que se referem a semi-realidade, mas não se referem a uma realidade de fato, buscando essas realidades retirados de livros ou de situações da vida real, como uma pequena compra de supermercado ou de um eletrodoméstico.

Pode-se compor um cenário de investigação que contém um ambiente informatizado e com atividades planejadas para essas semi-realidades, e com alunos colaborativos, em grupos de trabalho, que expressam possibilidades de investigações no campo da Matemática e de outras disciplinas, explorando o conteúdo de forma diferenciada. Skovsmose (2008) estrutura essa teoria e aponta:

> O paradigma do exercício tem sido desafiado de muitas maneiras: pela resolução de problemas, proposição de problemas[3], abordagem temáticas, trabalho com projetos,etc. usaremos abordagens investigativas[4] para denominar esse conjunto de metodologias. Entendendo que mera resolução de exercícios é uma atividade muito mais limitante para o aluno do que qualquer tipo de investigação. Queremos discutir sobre a aprendizagem conquanto ação e não como uma atividade compulsória e isso nos leva a dar uma atenção especial para os alunos que participam das abordagens investigativas. Para que sejam criadas oportunidades para realizações de investigações, é importante observar alternativas ao paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2008, p. 52).

Para desafiar o paradigma do exercício, Skovsmose (2008) propõe a criação de Cenários de Investigação[5], uma forma de cooperação investigativa[6] como uma forma particular de interação aluno-professor, ao explorem conjuntamente um cenário de investigação.

Com apoio nessas teorias de aprendizagem é que as atividades de Matemática Financeira com uma abordagem investigativa, de forma que os alunos pudessem realizá-

---

[3] O termo original em inglês é *problem posing*.
[4] Uma abordagem investigativa pode tomar várias formas. Um exemplo é o trabalho com projetos que foi empregado na educação primária e secundária por Nielsen, Patronis e Skovsmose (1999) e Skovsmose (1994) e no ensino superior por Vithal, Christiansen e Skosvsmose (1995).
[5] O termo original em inglês é *landscapes of investigation.*
[6] O termo original em inglês é *inquiry co-operation*.

las colaborando uns com os outros, além de explorá-las o máximo possível. Assim sendo, poderemos observar as possíveis contribuições dos cenários de investigação na Matemática Financeira Superior. Esses cenários de investigação que utilizam as TICEM como uma das principais ferramentas de investigação podem alterar o paradigma do exercício.

Skovsmose (2000) também explora todas as relações entre o professor e os seus alunos, num processo de colaboração, falando sobre o contrato feito entre eles, que tem vários ‘T’ que representam propostas novas, que não aparecem no antigo paradigma dos exercícios. Assim, Skovsmose (2000) afirma que:

> Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo “O que acontece se ... T” do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se ... T”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto ... ?” do professor representa um desafio e os “Sim, por que isto ... T” dos alunos indica que eles estão encarando o desafio e que estão procurando explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo (SKOVSMOSE, 2000, p. 6, grifos do autor).

O cenário de investigação depende de vários fatores além do ambiente informatizado; depende, principalmente, das relações, das intenções, do conjunto, da comunicação feita entre eles e o professor, que deve ter certas qualidades, como o diálogo e a cooperação, que deve ser uma cooperação investigativa (ALRO e SKOVSMOSE, 2010, p. 140).

Essa investigação colaborativa entre os alunos deve ser feita num cenário que utilize a semi-realidade e as TICEM, construindo um ambiente propício para a execução de um projeto educacional que estabeleça, assim, um novo paradigma no ensino de Matemática.

4. Nossa visão sobre as TICEM na Matemática Financeira

Revendo o histórico das TICEM até os dias de hoje, com base nas teorias anteriormente exploradas, decidimos construir um projeto de pesquisa sobre a aplicação das TICEM na Matemática Financeira Superior.

Nós construímos as atividades com as TICEM, na perspectiva da Educação Matemática, e com o caráter de investigação e de exploração. A realização dessa pesquisa aconteceu no Ensino Superior, sob as luzes de grandes educadores como Ponte, Fiorentini, Freire, que privilegiam o ensino de Matemática de forma significativa para os alunos da graduação.

Concluímos que as TICEM são veículos muito importantes no ambiente educacional e na construção de um novo paradigma também na Educação Matemática.

5. A ementa de Matemática Financeira

EMENTA: Juros simples e Compostos; Descontos com e sem inflação; Taxas equivalentes de Juros; Sistemas de financiamento: Americano, Price e Sac; Amortizações; Valor Presente Líquido (VPL) e Taxa Interna de Retorno (TIR), utilização de planilhas do Excell, HP-12C.

OBJETIVO GERAL:

Oferecer aos alunos um conjunto integrado de métodos matemáticos lógicos e dedutivos e leis originárias das deduções das finanças básicas, levando-o a utilizar a extensão destes conhecimentos na resolução de situações mais complexas;como o financiamento de bens em geral, além da análise e interpretação de situações problemas, de gráficos representativos da demanda de produção e custos , auxiliando na tomada de decisões em trabalhos de pesquisa. Utilizando as Tecnologias Informacionais e Comunicacionais, como o Excel, a HP12-C, para a apropriação do conhecimento da Matemática Financeira com mais detalhamento e eficácia nos cálculos e na visualização gráfica das situações problemas, transformando-a em saberes para sua aplicação no âmbito da sua vida como cidadão e como profissional da educação.

6. O conteúdo programático de Matemática Financeira

UNIDADE 01: JUROS SIMPLES

1.1. Conceito de juros simples.

1.2. Importância didática dos Juros simples.

1.3. Juros simples, fórmula e aplicações.

UNIDADE 02 : JUROS COMPOSTOS

2.1. Conceito de juros compostos.

2.2. O montante composto.

2.3. Taxas de juro nominal e efetiva.

2.4. Valor atual de juros compostos.

UNIDADE 03: DESCONTOS

3.1. Definição de desconto.

3.2. Desconto comercial simples.

3.3. Desconto comercial composto.

UNIDADE 04: CAPITALIZAÇÃO

4.1. Conceito de fluxo de caixa.

4.2. Séries Uniformes.

4.3. Capitalização.

4.4. Equações do montante de uma capitalização.

UNIDADE 05: AMORTIZAÇÃO

5.1. Introdução.

5.2. Método francês ou método de amortização progressiva.

5.3. Método Americano ou fundos de amortização.

5.4. Série Pérpetuas.

5.5. Cálculo de Financiamentos e pagamentos com a HP12-C.

5.6. Cálculo de Financiamentos e pagamentos com planilhas de papel e eletrônicas (Excel).

UNIDADE 06: PLANOS DE NEGÓCIOS E INVESTIMENTOS

6.1. Conceito de Valor Presente Líquido (VPL).

6.2. Conceito de Taxa Interna de Retorno (TIR).

6.3. Aplicações de VPL e TIR em planos de negócios e pequenos investimentos.

6.4. Aplicações do VPL e TIR na HP-12C.

6.5. Aplicações do VPL e TIR no Excel.

7. As aulas e as atividades de Matemática Financeira

AULA 01: JUROS SIMPLES, UMA PROPOSTA DIDÁTICA EM FINANÇAS

1. INTRODUÇÃO:

Vejam as manchetes dos principais jornais do Brasil e do Mundo:

"Sobe a taxa de juros" (O Globo)
"O dólar desvaloriza 2,35% ao ano" (Diário da Tarde)
"A taxa SELIC é a maior desse ano" (Estado de São Paulo)...

É muito comum vocês acompanharem pelos noticiários de jornal escrito e falado, termos como esses. O que eles representam para as pessoas? Será que esses jornais influenciam a vida das pessoas?

Para melhor entendê-los vamos buscar na teoria de Matemática Financeira, começamos com os mais básicos e simples para podermos entender os mais complexos. Grande parte dos professores de Matemática Financeira considera os juros simples um atraso no estudo de finanças, porém nós consideramos os juros simples uma parte didática do estudo da Matemática Financeira, que provoca nos alunos uma certa organização na forma de planejar ou visualizar os juros nas planilhas eletrônicas, utilizando o Excel. Como veremos a seguir dentro das atividades de laboratório.

2. JUROS SIMPLES:

A taxa de juros incide somente sobre o valor inicialmente aplicado ou tomado emprestado.

Os juros por período no regime de capitalização simples são dados pela fórmula

$J = PV.\ i$

J = juros

PV = Valor Presente

i = taxa unitária

Exemplos:

a) Um capital de R$4.000,00 foi aplicado à taxa de 4% a.m. no Regime de Capitalização Simples. Qual o valor dos juros mensais?

PV = 4.000

$i = \frac{4}{100} = 0{,}04$

J = ?

J = PV. i

J = 4000. 0,04 = 160

O valor dos juros mensais foi de R$160,00.

Direto na HP12-C: 4000 [ENTER] 0,04 [x] = R$160,00

b) Um capital de R$5.000,00 foi aplicado a uma taxa de 2% a.t. (ao trimestre) no sistema de juros simples, Qual é o valor dos juros por trimestre?

PV = 5.000

$i = \frac{2}{100} = 0{,}02$

J = ?

J = PV. i

J = 5000. 0,02 = 100

O valor dos juros por trimestre foi de R$100,00

Direto na HP: 5000 [ENTER] 0,02[x] = R$100,00

Se tivermos vários períodos de capitalização, usaremos a fórmula: J = PV. i. n

J = juros

PV = Valor Presente

i = taxa unitária

n = número de períodos

Exemplo:

a) Um capital de R$ 1200,00 foi aplicado a uma taxa de 1,5% ao mês no Regime de Capitalização Simples por 9 meses. Qual foi o valor dos juros durante a vigência da operação?

PV = 1200

$i = \frac{1{,}5}{100} = 0{,}015$

n = 9

J =?

J = PV. i. n

J = 1200 . 0,015 . 9 = 162

O valor dos juros foi de R$ 162,00.

Direto na HP: 1200 [ENTER] 0,015 [x][9] [x] = R$162,00

<u>OBSERVAÇÃO</u>: A taxa i e o número de períodos devem estar na mesma base. Mesma base significa, por exemplo: taxa de 3% a.m. e número de períodos de 5 meses.

AULA 02: TAXAS EQUIVALENTES DE JUROS COMPOSTOS

3. TAXAS EQUIVALENTES DE JUROS SIMPLES:

Exemplo sobre cálculo de juros simples onde a taxa e o número de períodos não estão na mesma base: Uma aplicação de R$1600,00 foi feita a uma taxa de 5% a.m. durante 3 anos no sistema de juros simples.

a) Qual o valor dos juros?

PV = 1600

$i = \frac{5}{100} = 0{,}05$

n = 3 anos = 36 meses = 36

J = ?

J = PV. i. n

J = 1600 . 0,05 . 36 = 2.880

O valor dos juros foi de R$2.880,00.

Direto na HP : 1600 [ENTER] 0,05 [x] 36 [x] = R$ 2880,00

b) Qual deve ser o valor resgatado?

FV = PV + J

FV = valor futuro ou valor resgatado = ?

PV = 1600

J = 2880

FV = 1600 + 2880

FV = 4480

O valor resgatado foi de R$ 4.480,00

Cálculo direto na HP do valor resgatado: 1600 [ENTER] 0,05 [ENTER] 36 [x] [+] = R$ 4.480,00.

4. CÁLCULO DO VALOR PRESENTE, TAXA E NÚMEROS DE PERÍODOS

Sabemos que para o cálculo dos juros simples usamos a fórmula:

J = PV. i. n

Exemplos:

a) Uma aplicação de R$ 400.000,00 rendendo uma taxa de juros de 5,8 % a.m. produz, ao final de determinado período, juros no valor de R$ 139.200,00. Calcular o prazo da operação em meses.

PV = 400.000

i = 5,8: 100 = 0,058 a.m.

J = 139.200

n = ?

$$n = \frac{J}{PV\,.\,i}$$

$$n = \frac{139200}{400000.0{,}058} = \frac{139200}{23200} = 6 \text{ meses}$$

O prazo foi de 6 meses.

Direto na HP : 139000 [ENTER] 400000[ENTER] 0,058[x] [÷]= 6 meses

b) Qual o valor que deve ser aplicado hoje, no sistema de juros simples, para obter no final de dois anos, a uma taxa de 3% a.t. (ao trimestre), R$400,00 de juros.

PV = ?

n = 2

i = 3%a.t = 12% a.a. = 0,12 a.a.

J = 400

$$PV = \frac{J}{i\,.\,n}$$

$$PV = \frac{400}{0{,}12\,.\,2} = \frac{400}{0{,}24} = 1666{,}66$$

O valor que deve ser aplicado é de R$1.666,66.

Direto na HP: 400 [ENTER] 0,12[ENTER] 2[x] [÷]= R$1.666,66

5. MONTANTE OU VALOR FUTURO:

O Montante ou Valor Futuro FV é dado por

FV = PV + J

FV = PV + PV . i. n

FV = PV. (1 + i . n)   (1)

Donde obtemos:

$$PV = \frac{FV}{1+i\ .\ n}$$

De (1) temos que:

$$\frac{FV}{PV} = 1 + \mathrm{i}\ .\ \mathrm{n}$$

$$\mathrm{i}\ .\ \mathrm{n} = \frac{FV}{PV} - 1$$

$$i = \frac{\frac{FV}{PV} - 1}{n} \qquad n = \frac{\frac{FV}{PV} - 1}{i}$$

Exemplos:

a) Uma empresa tomou R$9.000,00 emprestados para pagar dentro de 4 meses a uma taxa de juros simples igual a 3 % a.m.. Calcule o valor futuro da operação.

PV = 9000

n = 4

i = 3% a.m = 3 :100= 0,03 a.m.

FV = ?

FV = PV. (1 + i . n)

FV = 9000.(1 + 0,03 . 4) = 9000.(1+ 0,12) = 9000 . 1,12 = 10.080,00

O valor futuro da operação é R$ 10.080,00

Direto na HP : 9000 [ENTER] 1[ENTER] 0,03 [ENTER] 4 [x] [+] [x] = R$10.080,00

b) Uma aplicação no regime de juros simples rendeu um montante igual a R$6.800,00 após 6 meses, a uma taxa de 4,5% a.m. Qual o capital inicial da operação?

FV = 6800

n = 6

i = 4,5% a.m. = 4,5:100 = 0,045 a.m.

PV = ?

$$PV = \frac{FV}{1 + i\ .\ n}$$

$$PV = \frac{6800}{1 + 0{,}045\ .\ 6} = \frac{6800}{1 + 0{,}27} = \frac{6800}{1{,}27} = 25.185{,}18$$

O capital inicial da operação é R$25.185,18

Direto na HP: 6800 [ENTER] 1[ENTER] 0,045 [ENTER] 6 [x] [+] [÷] = R$25.185,18.

AULA 03: DESCONTOS POR FORA E POR DENTRO – TAXAS EQUIVALENTES DE JUROS COMPOSTOS

6. DESCONTO COMERCIAL (DESCONTO POR FORA):

Desconto comercial é o desconto dado em títulos (notas promissórias, duplicatas, letras de câmbio, cheques pré-datados) que são resgatados antes do tempo de vencimento.

O desconto comercial é equivalente aos juros simples do valor nominal do título. Sabemos que

J = PV. i. n

Agora, vamos trocar J por d e PV por FV. Assim, temos:

D = FV. i. n

D= desconto por fora ou desconto comercial

FV = Valor Futuro

i = taxa unitária

n = número de períodos

Exemplo:

Uma duplicata de valor nominal equivalente a R$ 3.000,00 foi resgatada três meses antes do vencimento, à taxa de 12% a.a.

a) Qual foi o valor do desconto?

FV = 3000

n = 3

i = 12%a.a. = 1%a.m. = 0,01

D= ?

D = FV. i. n

D = 3000 . 0,01 . 3 = 90

O valor do desconto foi de R$90,00.

Direto na HP : 3000 [ENTER] 0,01[ENTER] 3 [x] = 90

b) Qual foi o valor presente ou valor resgatado?

PV = FV – D

PV = 3000 – 90

PV = 2910

O valor presente foi de R$2.910,00

Direto na HP : 3000 [ENTER] 90 [-] = 2910

7. CÁLCULO DO VALOR FUTURO, TAXA PERCENTUAL E A QUNTIDADE DE PERÍODOS:

Sabemos que para o cálculo do desconto usamos a fórmula: D = FV. i. n

Exemplos:

a) Qual é a taxa mensal de um título de valor nominal R$5.600,00 que produz um desconto de R$120,00 em 60 dias?

i = ?

FV = 5600

D = 120

n = 60 dias = 2 meses

$$i = \frac{D}{FV\,.n}$$

$$i = \frac{120}{5600\,.2} = \frac{120}{11200} = 0{,}0107 = 0{,}0107\,.100 = 1{,}07\%a.m.$$

A taxa é 1,07 % a.m.

Direto na HP : 120 [ENTER] 5600[:] [ENTER] [:] 2[ENTER] 100 [x] = 1,07% a.m.

8. CÁLCULO DO VALOR PRESENTE:

O Valor Presente ou Valor Resgatado PV é dado por

PV = FV – FV . i . n

PV = FV. (1 – i . n) (1)

$$FV = \frac{PV}{1 - i\ .\ n}$$

Exemplo:

a) Uma pessoa vai dar uma promissória, com vencimento daqui a 150 dias em troca de R$20.000,00 que ela receberá hoje. Se a taxa de mercado é 6 % a.m. e é usado o desconto comercial, qual é o valor desta promissória?

n = 150 dias = 5 meses.

PV = 20000

i = 6 % a.m. = 0,06

FV = ?

$$FV = \frac{PV}{1 - i\ .\ n}$$

$$FV = \frac{20000}{1 - 0{,}06\ .\ 5} = \frac{20000}{1 - 0{,}30} = \frac{20000}{0{,}70} = 28.571{,}42$$

O valor da promissória é de R$ 28.571,42

Direto na HP : 20000 [ENTER] 1 [ENTER] 0,06 [ENTER] 5 [x] [-] [÷] = 28.571,42

AULA 04: TAXAS EQUIVALENTES DE JUROS COMPOSTOS

9. DESCONTO POR DENTRO (JUROS SIMPLES):

O desconto por dentro é calculado em cima do valor Presente (PV), incide num valor menor que o desconto por fora, logo o valor do desconto deve ser menor. Matematicamente temos:

$$\begin{cases} Dp = PV.\ i.n & \text{(I)} \\ PV = FV - Dp & \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo Dp da equação (I) na equação (II), temos :

$$PV = FV - PV\ .\ i\ .\ n$$

$$PV + PV\ .\ i.\ n = FV$$

$$PV\ (\ 1 + i.n\ ) = FV$$

$$PV = \frac{FV}{1 + i.n}$$

Exemplos:

1) Uma nota promissória no valor nominal de R$ 18.000,00, a vencer daqui a 2 anos foi calculada na taxa percentual de 2 % a.m., regime de juros simples. Pede-se:

a) O valor presente do empréstimo?

PV = ?

FV = 18.000

n = 2 anos = 24 meses

i = 2% a.m. = 2 : 100 = 0,02 a.m.

$$FV = PV\ (\ 1 + i.n\ )$$

$$PV = \frac{FV}{1 + i \cdot n}$$

$$PV = \frac{18000}{1 + 0{,}02.24}$$

$$PV = \frac{18000}{1 + 0{,}48}$$

$$PV = \frac{18000}{1{,}48}$$

$$PV = 12.162{,}16$$

b) Qual é o valor do desconto racional (ou por dentro) se a duplicata for descontada 4 meses antes do vencimento?

O desconto racional será calculado da seguinte forma:

$Dp = PV.\ i \cdot n$

$Dp = 12\ 162{,}16 \cdot 0{,}02.\ 4$

$Dp = 972{,}97$

c) Qual é o valor do desconto comercial (por fora)?

Calculando o desconto por fora temos :

$Df = FV \cdot i \cdot n$

$Df = 18000.\ 0{,}02.\ 4$

$Df = 1.440{,}00$

Podemos verificar as diferenças entre os dois processos de descontos.

d) Qual é o melhor desconto para o banco? Por quê?

e) Qual é o melhor desconto para o cliente? Por quê?

AULA 05: DESCONTOS DE JUROS COMPOSTOS

10. DESCONTO POR FORA (JUROS COMPOSTOS):

O desconto por fora é calculado em cima do valor futuro (FV), incide no montante, porém a capitalização é composta .

Matematicamente temos:

$$\begin{cases} FV = PV.(1 + i)^{n} \\ \text{troca} \Downarrow \end{cases}$$

$$PV = FV \cdot (1 - if)^{n} \quad (\text{ I })$$

if = taxa do desconto por fora

$$Df = FV - PV \qquad (\text{ II })$$

Substituindo PV da equação (I) na equação (II), temos :

$$Df = FV - FV(1 - if)^{n}$$

$$\boxed{Df = FV(1 - (1 - if)^{n}}$$

Daí, temos que o desconto por fora da capitalização composta.

Exemplos:

1) Uma nota promissória no valor nominal de R$ 12.000,00, a vencer daqui a 2 anos foi calculada na taxa percentual de 4% a.m., regime de juros compostos .Deseja-se resgatar a nota promissória 5 meses antes do vencimento. Pede-se:

a) O valor desconto por fora?

PV = ?

FV = 12.000

n = 5 meses antes do vencimento

i = 4% a.m. = 4 : 100 = 0,04 a.m.

$$\boxed{Df = FV\,(1 - (1 - if)^n}$$

$Df = 12000\ (1 - (1 - 0{,}04)^5$

$Df = 12000\ (1 - (0{,}96)^5$

$Df = 12000\ (1 - 0{,}815373)$

$Df = 12000 \cdot 0{,}184627$

$Df = 2.215{,}52$

11. DESCONTO POR DENTRO (JUROS COMPOSTOS) :

O desconto por fora é calculado em cima do valor futuro (FV), incide no montante, porém a capitalização é composta .

Matematicamente temos:

$$\left\{\begin{array}{ll} PV = FV \cdot (1 + i)^n & \text{(I)} \\ Dd = FV - PV & \text{(II)} \\ PV = \dfrac{FV}{(1 + i)^n} & \text{(III)} \\ Df = FV - PV & \text{(IV)} \end{array}\right.$$

Substituindo PV da equação (III) na equação (IV), temos :

$$Df = FV - \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

$$\boxed{Df = \frac{FV \cdot [(1 + i)^n - 1]}{(1 + i)^n}}$$

Daí, temos o desconto por fora da capitalização composta.

Exemplos:

1) Uma nota promissória no valor nominal de R$ 8.000,00 foi emitida para ser executada dentro de 10 meses na taxa percentual de 4% a.m., regime de juros compostos .Deseja-se resgatar a nota promissória 2 meses antes do vencimento. Pede-se:

a) O valor futuro da nota promissória?

$PV = 8000$

$n = 10$ meses

$i = 4\ \%$ a.m. $= 0{,}04$ a.m.

$FV = ?$

$FV = PV \cdot (1 + i)^n$

$FV = 8000\,(1 + 0{,}04)^{10}$

$FV = 8000 \cdot 1{,}480244$

$FV = 11841{,}95$

b) O valor desconto por dentro?

$PV = 8000$

$n = 2$ meses antes do vencimento

$i = 4\ \%$ a.m. $= 0{,}04$ a.m.

$FV = 11841{,}95$

$$Df = \frac{FV \cdot [(1 + i)^n - 1]}{(1 + i)^n}$$

$$Df = \frac{11841{,}95\,[(1 + 0{,}04)^2 - 1]}{(1 + 0{,}04)^2}$$

$$Df = \frac{11841{,}95 \cdot [1.081600 - 1]}{1{,}081600}$$

$Df = (11841{,}95 \cdot 0{,}081600) : 1{,}081600$

$Df = 966{,}30 : 1{,}081600$

$Df = 893{,}40$

AULA 06: TAXAS EQUIVALENTES DE JUROS COMPOSTOS

12. TAXA NOMINAL:

Taxa nominal é aquela cujo período de capitalização não coincide com aquele a que se refere. Em geral, a taxa nominal é uma taxa anual. A maioria dos problemas trabalha com taxas proporcionais a taxa anual.

13. TAXA EFETIVA:

É evidente que, ao adotarmos uma convenção, a taxa anual paga não é oferecida e, sim, a maior. Essa é a taxa efetiva

Para calcularmos a taxa efetiva, devemos calcular a taxa equivalente a taxa anual dada.Podemos então trabalhar com a EQUIVALÊNCIA DE TAXAS. Assim temos:

$$\boxed{(1 + i_a) = (1 + i_s)^2 = ... = (1 + i_t)^4 = ... = (1 + i_b)^6 = ... = (1 + i_m)^{12}}$$

14. TAXA APARENTE E TAXA REAL:

Denominamos de Taxa Aparente aquela que vigora nas operações correntes. Quando não há inflação, a taxa aparente é igual a taxa real; porém, quando há inflação, a taxa aparente é formada por componentes : um corresponde à inflação e o outro corresponde ao juro real.

Assim temos:

PV = capital inicial

r = taxa real

i = taxa aparente

I = taxa de inflação

Podem acontecer os seguintes casos:

1º) Com a inflação igual a zero e uma taxa de juros igual a r, o capital inicial se transformará, ao final de um período, em:

$$C \,.\, (1 + r) \qquad (I)$$

2º) Com uma taxa de inflação I, o capital inicial, ao final de um período, equivalerá a:

$$C \,.\, (1 + I) \qquad (II)$$

3º) Com uma taxa de juros r e uma taxa de inflação I, simultaneamente, o capital inicial equivalerá a :

$$C \,.\, (1 + r) \,.\, (1 + I) \qquad (III)$$

4º) Com uma taxa aparente i , o capital inicial se transformará, ao final um período, em :

$$C \,.\, (1 + i) \qquad (IV)$$

Como IV e V são expressões equivalentes, já que ambas traduzem o valor efetivamente recebido, temos :

$$C \,.\, (1 + i) = C. (1 + r) \,.\, (1 + I)$$

Daí, temos:

$$1 + i = (1 + r) \,.\, (1 + I)$$

Exemplos:

1) Qual deve ser a taxa aparente correspondente a uma taxa real de 0,8% a. m. e a uma inflação de 10% no período?

r = 0,8% a.m. = 0,008 a.m.

I = 10% = 0,1

Logo:

1 + i = (1 + 0,008) . (1 + 0,1)

1 + i = (1,008). (1,1)

1 + i = 1,1088

i = 1,1088 – 1

i = 0,1088 , isto é , a taxa aparente é de 10,88%.

2) Uma pessoa adquire uma letra de câmbio em uma época A e resgata na época B. O juro aparente recebido foi de 22%. Calcule a taxa de juro real, sabendo que a taxa de inflação, nesse período, foi de 12%.

i = 22% = 0,22

I = 12% = 0,12

Logo :

1 + 0,22 = (1 + r) . (1 + 0,12)

1,22 = (1 + r) . 1,12

$\frac{1,22}{1,12} = 1 + r$

1,08928 = 1 + r

1 + r = 1,08928

r = 0,08928

r = 0,89 , portanto a taxa real foi de 8,9%.

AULA 07: TAXAS EQUIVALENTES DE JUROS COMPOSTOS

15. TAXAS EQUIVALENTES – JUROS COMPOSTOS

15.1 Juros Simples:

No regime de juros simples bastava fazer uma proporcionalidade por regra de três, que obtínhamos a taxa equivalente; ou seja basta pegar a taxa percentual e dividi-la pelo número de períodos.

36% ao ano = 3%ao mês =3%a.m.(36% : 12 meses= 3% a.m.)

36% a.a. = 18% ao semestre =18% a.s.(36% : 2 semestres= 18% a.s.)

36% a.a.=12% ao quadrimestre = 12 a.q.(36% : 3 quadrimestre = 12% a.q.)

36% a.a = 9% ao trimestre = 9% a. t. (36% : 4 trimestres= 9% a.t.)

36% a.a.= 6% ao bimestre=6% a.b. (36% : 6 bimestres= 6% a.s.)

Da mesma forma podemos calcular o inverso , ou seja, de uma taxa relativa a um período menor para uma taxa relativa a um período maior, devemos multiplicar a taxa relativa ao menor período pelo número de períodos dados. Assim, temos:

a) 2% a.m = 24% a.a. (2% .12meses = 24%a.a.)

b) 2% a.t. = 8% a.a. (2% . 4 trimestres= 8%a.a.)

c) 2% a.s.= 4% a.a. (2% . 2 semestres = 4%a.a.)

e assim por diante.

15.2. Juros Compostos:

Porém, quando estamos trabalhando no regime de juros compostos, que é base do mercado financeiro atuante no país, e no mundo, temos que verificar outra maneira de expressar as taxas percentuais equivalentes, ou seja, devemos levar em conta da taxa incidente em cada período e sua capitalização. Assim, temos:

$FV = PV. (1 + i)^n$ (é a fórmula de juros compostos para a capitalização do montante , aqui chamado de FV = Future Value, valor futuro a ser resgatado)

$FV = PV . (1+i_a)$ (taxa anual)

$FV = PV . (1 + is)^2$ (taxa semestral)

$FV = PV . (1 + iq)^3$ (taxa na quadrimestral)

$FV = PV . (1 + it)^4$ (taxa trimestral)

$FV = PV . (1 + ib)^6$ (taxa bimestral)

$FV = PV . (1 + im)^{12}$ (taxa mensal)

Como os investimentos PV propostos, tem que retornar o mesmo FV, as taxas percentuais são equivalentes, logo podemos escrever da seguinte forma;

$FV=PV.(1+i_a)^1= PV.(1 + is)^2= PV.(1 + iq)^3=...=PV.(1 + ib)^6= PV.(1 + im)^{12}$

Como PV é o mesmo podemos reescrever a fórmula da seguinte maneira:

$$\boxed{(1+i_a)^1 = (1 + is)^2 = (1 + iq)^3 = ... = (1 + ib)^6 = (1 + im)^{12}}$$

Fórmula de taxas equivalentes de juros compostos

Exemplos:

1) Calcule a taxa anual equivalente a 4% ao semestre.
2) Calcule a taxa anual equivalente a 3% ao quadrimestre.
3) Calcule a taxa mensal equivalente a 6% ao ano.
4) Calcule a taxa mensal equivalente a 8% ao trimestre.

Problemas:

1) Um investidor aplicou R$40.000,00 num fundo de investimento a uma taxa anual de 14%, durante 6 meses, em regime de juros compostos. Pede-se:

a) a taxa percentual equivalente mensal.

b) o valor futuro (FV) a ser resgatado.

c) Qual deveria ser a taxa semestral proporcionar o mesmo resgate?

2) Qual deveria ser o capital aplicado a uma taxa trimestral de 5% para retornar R$35.000,00, ao final de 2 anos, em regime de juros compostos?

3) Quantos meses devo aplicar R$45.000,00 para resgatar R$18.000,00, em regime de juros compostos à uma taxa percentual de 8% ao semestre?

OBSERVAÇÃO IMPORTANTE: Na resolução dos exercícios, tente utilizar as taxas equivalentes para facilitar os cálculos, retornando no tempo presente.

AULA 08: 1ª ATIVIDADE EXPLORATÓRIA COM HP12-C E COM EXCEL

ATIVIDADE 01: UTILIZAÇÃO DAS TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO ESTUDO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA COM A HP12-C

1) Material utilizado:
Calculadora HP-12-C

2) Atividades propostas:
i) Curso básico de HP12-C
ii) Cronograma de atividades de juros simples e compostos na HP12-C.
iii) Avaliação das atividades de forma oral e escrita pelos alunos.

3) Objetivo da atividade:
i) Conhecer os recursos da tecnologia HP12-C e torná-los amigáveis ao curso.
ii) Tornar a tecnologia da calculadora HP12-C como um instrumento fácil e útil nos cálculos de juros simples e compostos de problemas contextualizados.
iii) Comparar as duas formas de resolução, uma com o uso da HP12-C e o outro sem o recurso da calculadora HP12-C (o aluno poderá utilizar a calculadora científica, ou apenas fórmulas de juros simples e compostos)
iv) Propor outras situações problemas utilizando a HP12-C.

ATIVIDADES PROPOSTAS:

1) CURSO BÁSICO DE HP12-C:

CURSO BÁSICO E INTERMEDIÁRIO DE HP-12C
(PARTE I)

1)Noções Básicas de Juros Simples
2)Noções Básicas de Juros Compostos
3)Operações na HP 12-C :
1) Noções Básicas:
- [ON] : Liga a calculadora

- [f] : função da HP12C
- [g] : função da HP12C
- [Reg] : [clx] : Limpar os valores ou resultados obtidos anteriormente.

[f] [número de 0 a 9] : indica o número de casas decimais a serem utilizadas pelo usuário

2) Reversão Polonesa (RPN):

A calculadora HP12-C trabalha no sistema chamado de Reversão Polonesa, que significa, digitar o número primeiro e informar a função desejada depois.

Exemplo:

i) Considere a operação: 2 + 3 = 5

Na HP12-C, devemos ter o seguinte procedimento:

a) Digitar 2,
b) ENTER
c) 3
d) [+]
e) Aparecerá no visor o resultado igual a 5.
f) Se quisermos continuar somando basta repetir o mesmo procedimento.

ii) Considere a operação matemática : $2^3 = 8$

Tente você, operar esse comando na HP12C.

iii) Tente agora fazer o uso de raízes quadradas e raízes n-ésimas, como:

a) Raiz quadrada de 36.
b) Raiz quadrada de 441, 345, 34, 1024.
c) Raiz cúbica de 8, 27, 81,125.
d) Raiz quarta de 81, 1024, 16, 10000.
e) Raiz sexta de 64, 2041, 7129, 23456.
f) Raiz décima segunda de 24.

3) Sistema Pilha :

A HP12-C funciona no sistema de pilha, ou seja, cada valor digitado é jogado para baixo em uma coluna, assim todos os valores vão formando uma pilha de valores.

Isso facilita nas operações de totalização mas dificulta no processo acumulativo pois a pilha vai enchendo verticalmente.

4) Problemas:

Como o sistema de pilhas facilita os cálculos com rapidez e precisão, traz alguns problemas com acúmulo de pilhas, e isso faz com que a calculadora arredonde valores ou comece um colapso de cálculos. Devido o acúmulo de valores nela depositados, assim sendo pode ocorrer erros em cálculos simples, devido a memória estar muito cheia. Por isso, é necessário limpar os valores já digitados, com a tecla [F][Clx][Clx], depois de cada operação feita.

5) Vantagens:

Pelo sistema em pilha e RPN, basta e digitando os valores e os resultados vão aparecendo no visor facilitando os cálculos, podemos acompanhar a quantidade de dados fornecidos. E os cálculos estão conectados de acordo com a operação pedida.

Outros exemplos de operações:

1) Potenciação:

As operações com potências seguem o mesmo modelo das operações anteriores, ou seja, utiliza o sistema de RPN (reversão polonesa).

Exemplos:

a) $3^2 = 9$

Comandos na HP12-C

[f] [clx] [clx] 3 ENTER 2 [Y^x]

Visor = 9

b) $5^3 = 125$.

Comandos na HP12-C

[f] [clx] [clx] 5 ENTER 3 [Y^x]

Visor = 125

2) Radiciação:

a) Raiz quadrada de 144

Comandos na HP12-C:

[f] [clx] [clx] 144 ENTER 2[1/x] [Y ^{x}]

Visor = 12

b) Raiz quadrada de 256

Comandos na HP12-C:

[f] [clx] [clx] 256 ENTER 2[1/x] [Y ^{x}]

Visor = 16

c) Décima segunda Raiz de 4096

Comandos na HP12-C:

[f] [clx] [clx] 4096 ENTER 12 [1/x] [Y ^{x}]

Visor = 2

d) Quarta raiz de 1296

Comandos na HP12-C:

[f] [clx] [clx] 1296 ENTER 4 [1/x] [Y ^{x}]

Visor = 6

4. Cálculo de Porcentagem:

30% de 5000

Comandos na HP12-C:

[f] [clx] [clx] 5000 ENTER 30 [%]

Visor = 1500

II) JUROS SIMPLES UTILIZANDO HP12-C:

II.1) JUROS SIMPLES:

a) O que é Juros ?

b) O que é taxa percentual?

c) Calcule o juro correspondente ao empréstimo de R$10.000,00 à uma taxa mensal de 4%.

PV= capital

i= taxa percentual

J= juros

Problema proposto: Qual é o juro que um capital de R$ 10.000,00 aplicados à 4 % ao mês gera um mês ?

PV= 10.000

i = 4% ao mês = 4% a.m.= 4 :100 = 0,04 a.m.

J = PV. i

J = 10.000 x 0,04

J = 400,00

Comandos na HP12-C:

[f] [clx] [clx] 10.000 ENTER 4 [%]

Visor = 400

II.2) JUROS SIMPLES EM N PERÍODOS:

Problema: João emprestou a Lucas R$ 3.200,00 durante 9 meses à uma taxa mensal de 6% a.m.

a) Qual é o valor do juro mensal?
b) Qual è o valor total dos juros nos seis meses?
c) Qual é o montante a ser resgatado após 6 (seis) meses?

Resolva o problema proposto com o uso da fórmula de juros e registre no seu caderno e depois repita o procedimento na HP12C.

II.3) DESCONTO POR FORA :

Quando o desconto incide sobre o Valor Futuro

Matematicamente, temos que :

Df = FV . i . n

Exemplos:

1) Uma letra de câmbio no valor nominal de
R$ 2.000,00 com vencimento daqui a 6 meses, à uma taxa de 3%. Qual é o valor do desconto por fora?

FV= 2.000

i = 3% a.m.

n = 6 meses

Df = FV . i . N

Df = 2000 . 0,03 . 6

Df = 360

Direto na HP: 2000 [ENTER] 180 [-] = 1820.

2) Uma duplicata de valor nominal equivalente a R$4.000,00 foi resgatada, três meses antes do vencimento, à taxa de 12% a.a.

a) Qual foi o valor do desconto?

FV = 4000

n = 3

i = 12% a.a. = 1% a.m. = 0,01

D= ?

D = FV. i. n

D = 4000 . 0,01 . 3 = 120

O valor do desconto foi de R$ 120,00.

Direto na HP: 4000 [ENTER] 0,01[ENTER] 3 [x] [x] = 120

b) Qual foi o valor presente ou valor resgatado?

PV = FV – D

PV = 4000 – 120

PV = 3880

O valor presente foi de R$ 3.880,00

Direto na HP: 4000 [ENTER] 120 [-] = 3880.

2) CURSO BÁSICO E INTERMEDIÁRIO DE HP-12C

CURSO BÁSICO E INTERMEDIÁRIO DE HP-12C

(PARTE II)

1. Cálculo de Datas:

Em muitas situações precisamos calcular o número de dias entre duas datas, ou dada uma data qualquer, fazer um acréscimo de dias para saber a nova data. Vamos ver esses exemplos.

Exemplos:

a) Um pagamento deveria ter sido feito em 03/11/2009. Entretanto, foi pago com atraso em 20/02/2010. Com quantos dias de atraso o documento foi quitado?

1ª Solução:

Sabemos que novembro tem 30 dias, dezembro 31 dias e janeiro 31 dias. Assim Podemos, afirmar que:

dias em novembro =27 (30 – 3)

dias em dezembro = 31

dias em janeiro = 31

dias em fevereiro = 20

total = 109 *dias*

FUNÇÃO	TECLAS	MOSTRADOR
Programando a HP12C para dia, mês e ano	g D.MY	0.00 D.MY
Inserindo a primeira data	03.112009	3.11
Inserindo a segunda data	20.022010	20.022010
Calculando o número de dias	g Δdys	109,00

b) Um CDB feito em 12/01/2010 vence dentro de 73 dias. Quando será o resgate da operação?

1ª solução.
dias em janeiro =19 (31 – 12)
dias em fevereiro = 28
(19 + 28 = 47, logo 73 - 47 = 26 dias que faltam)
dias em março = 26
Dia 26 de março

2ª Solução na HP12-C:
Basta obedecer à seguinte ordem disposta na tabela a seguir:

FUNÇÃO	TECLAS	MOSTRADOR
Programando a HP12C para dia, mês e ano	g D.MY	0.00 D.MY
Inserindo a primeira data	12.012009 ENTER	12.01

Digitando o número de dias	73 ENTER	73
Calculando o número de dias	g date	26.022010 2(terça-feira)

OBS:

1 é segunda-feira

2 é terça-feira

3 é quarta-feira

4 é quinta-feira

5 é sexta-feira

6 é sábado

7 é domingo.

Exercícios Propostos:

1) Uma pessoa nasceu em 30 / 07 /1961. Em que dia da semana ela nasceu? (Utilizando a HP 12-C)

Sugestão: Proponha um problema com datas, utilizando a HP12-C para o seu colega de dupla e vice-versa.

III) JUROS COMPOSTOS:

Cálculo de PV, i e n:

PV = capital ou investimento no presente

FV = montante ou valor futuro do investimento.

i = taxa percentual

n = período de tempo ou anuidades.

J = juros.

Dedução da fórmula de Juros Compostos:

n= 1

$FV_1 = PV + J$

$FV_1 = PV + PV. i$

$FV_1 = PV (1 + i)$

n = 2

$FV_2 = FV_1 + J$

$FV_2 = PV(1 + i) + FV_1 . i$

$FV_2 = PV (1 + i) + PV(1+ i) . i$

$FV_2 = PV (1 + i) (1+ i)$

$FV_2 = PV (1 + i)^2$

n = 3

$FV_3 = FV_2 + J$

$FV_3 = PV (1 + i)^2 + FV_2 . i$

$FV_3 = PV (1 + i)^2 + PV(1+ i)^2 . I$

$FV_3 = PV (1 + i)^2.(1+ i)$

$FV_3 = PV (1 + i)^3$

n = 4

$FV_4 = FV_3 + J$

$FV_4 = PV (1 + i)^3 + PV(1+ i)^3 . I$

$FV_4 = PV (1 + i)^3.(1+ i)$

$FV_4 = PV (1 + i)^4$

Analogamente, por indução matemática. podemos concluir que:

$n = 5 \rightarrow FV_5 = PV (1 + i)^5$

$n = 6 \rightarrow FV_6 = PV (1 + i)^6$

$n = 7 \rightarrow FV_7 = PV (1 + i)^7$ .....

$n = k \rightarrow FV = PV (1 + i)^k$

Logo a fórmula dos Juros Compostos para todo n= k é dada por:

$$\boxed{\mathbf{FV = PV (1 + i)^n}}$$

III.1) CÁLCULO DE PV, FV, I, N :

Exemplos:

a) Uma operação no regime de capitalização composta rendeu um montante igual a R$6.400,00 após 5 meses. Sabendo que a taxa de operação foi igual a 4% a.m., calcule o valor presente.

FV = 6400
PV = ?
n = 5 meses
i = 4% a.m.=0,04 a.m.
PV = 5260,33

O valor presente é de R$7.458,95.

Vamos observar que, na HP12C, as teclas relativas a juros compostos se localizam na parte superior esquerda da calculadora, bem abaixo do visor. São elas:

n (período) , i (taxa percentual), PV, PMT e FV, nessa ordem .

Então, devemos digitar a operação, obedecendo a RPN, ou seja, primeiro o numeral, depois a operação matemática proposta. Assim temos:

Na HP12-C:
6400 [FV] 4 [i] 5 [n] [PV] → 5.260,33.

III.1. Cálculo de PV, FV, i, n :

a) Uma aplicação de R$15.000,00 resultou em R$19.752,13 após 8 meses no sistema de juros compostos. Qual foi a taxa mensal?

Direto na HP = 15000 [CHS] [PV] [19.752,13] [FV] 8 [n] [i] → Visor = 3,4999% a.m.≅ 3,5% a.m.

OBS: a tecla CHS serve para mudar o sinal de PV, de positivo para negativo. PV e FV sempre devem ter sinais opostos, caso contrário a HP acusa um erro.

b) Após quantos períodos um capital no valor de R$500,00 torna-se igual a R$8400,00, aplicados a taxa igual a 16% ao período no regime de juros compostos.

$FV = PV. (1 + i)^{n}$

$PV. (1 + i)^{n} = FV$

$(1 + i)^{n} = FV/ PV$

$\ln (1 + i)^{n} = \ln (FV/PV)$

$n . \ln (1 + i) = \ln (FV/ PV)$

$$n = \frac{\ln (FV / PV)}{\ln (1 + i)}$$

1ª Solução da fórmula matemática:

Digitamos na HP:

840 [ENTER] 500 [:] [g] [LN] 1,16 [g] [LN] [:] → 4,49544.

2ª Solução: Direto na HP

500 [CHS] [PV] [840] [FV] 16 [i] [n] → 4.

A HP não trabalha com número de períodos que não são inteiros. Ela arredonda para o inteiro superior.

Exercícios (HP12-C):

1) Qual é o montante produzido por um capital de R$150.000,00 que ficou aplicado durante um ano e quatro meses à taxa de 2,5% a.m. de juros compostos? R: R$ 222.675,84.

2) Qual é o capital que aplicado a 6,7% a.m., durante 7 meses, rende juros compostos de R$ 68.943,59 ? R: R$120.000,00

3) Um investidor aplicou R$ 450.000 em títulos que lhe proporcionarão um resgate de R$535.957,20 após um trimestre de aplicação. A que taxa de juros mensais foi aplicado o seu capital? R: 6 % a.m.

4) Se a inflação mensal está em torno de 0,5%, em quanto tempo uma mercadoria que custa R$12.000,00 atingirá o preço de R$12.364,53? R: 6 meses

5) Calcular o montante do capital de R$180.000,00, aplicado a 4,4% a.m., durante 270 dias no sistema de juros compostos. R: R$265.202,12.

QUESTIONÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES PROPOSTAS COM HP12-C:

1) Na atividade envolvendo juros simples, você consegue apontar vantagens em utilizara a HP12C, como instrumento facilitador no processo de compreensão do assunto abordado? Justifique sua resposta.
2) Na atividade de contar os dias, para se calcular o período, a HP12c se tornou um instrumento útil nesse processo? Por que?
3) Quando trabalhos com problemas envolvendo juros compostos, utilizamos as fórmulas matemáticas e a HP12C, ambas as tecnologias, são muito eficientes para o cálculo das grandezas do mercado financeiro. No cálculo de PV,FV, n e i, qual dessas grandezas foi mais eficiente trabalhar com a fórmula? E quais delas foi mais eficiente de se utilizar a HP12C? dê exemplos.
4) Proponha uma atividade envolvendo juros compostos e dê sua resposta com o comando da HP12C.

AULA 09: AMORTIZAÇÕES SIMPLES DE SÉRIES UNIFORMES

16. FINANCIAMENTOS E AMORTIZAÇÕES:

Tabelas e fluxos de caixa para séries de pagamentos uniformes:

a) Tabela Price

b) SAC (Sistema de Amortizações Constantes)

c) SAM (Sistema Americano)

16.1. Amortização: É o valor que quita uma parte do capital devido.

16.2. Juros: É o risco de se financiar (ou tomar por empréstimo um bem)

16.3. Valor da parcela: É a composição de uma parte de juros mais uma parte de amortização da dívida do bem financiado.

16.4. Tabela Price (Sistema Francês)

A parcela tem o mesmo valor durante todo o período de pagamento do financiamento proposto. (Juros Compostos)

Dedução da fórmula:

PMT = valor da prestação
FV = valor futuro
PV = valor do investimento (ou empréstimo)
i = taxa percentual

$n = 1 \rightarrow FV_1 = PMT$
$n = 2 \rightarrow FV_2 = PMT .(1 + i)$
$n = 3 \rightarrow FV_3= PMT . (1 + i)^2$
$n = 4 \rightarrow FV_4 = PMT . (1 + i)^3$
$n = n \rightarrow FVn = PMT . (1 + i)^n$

Somando-se ambos os lados das igualdades, temos :

$$FV = PMT [1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + ... + (1 + i)^{n-1}]$$

Multiplicando-se os dois membros da igualdade por (1 + i), temos:

$$FV(1 + i)=PMT (1 + i).[1+(1 + i)+...+(1+i)^{n-1}]$$
$$FV(1 + i)=PMT.[(1+i)+(1+i)^2...+(1+i)^{n-1}+(1+i)^n]$$

Subtraindo a segunda equação pela primeira, temos:

$$FV(1 + i) – FV = PMT [(1 + i)^n - 1]$$

$FV + FV \cdot i - FV = PMT \cdot [(1 + i)^n - 1]$

$FV \cdot i = PMT \cdot [(1 + i)^n - 1]$

$(FV = PV \cdot (1 + i)^n)$

$PV \cdot (1 + i)^n \cdot i = PMT \cdot [(1 + i)^n - 1]$

$PV \cdot (1 + i)^n \cdot i = PMT \cdot [(1 + i)^n - 1]$

$PMT \cdot [(1 + i)^n - 1] = PV \cdot (1 + i)^n \cdot i$

$$\boxed{\mathbf{PMT = \dfrac{PV \cdot i \cdot (1 + i)^n}{[(1 + i)^n - 1]}}}$$

Para séries com carência temos que multiplicar pelo termo $(1 + i)^{m + 1}$, onde m + 1 é igual ao número de meses de carência , assim se a carência for 30 dias = 1 mês, teremos m = 0 (m + 1 = 1 → m = 0).

Assim, temos:

$$\boxed{\mathbf{PMT = \dfrac{PV \cdot i \cdot (1 + i)^n}{[(1 + i)^n - 1]} \cdot (1 + i)^{m + 1}}}$$

Para séries antecipadas m + 1 = 0, ou seja, onde a carência é zero. A primeira prestação será paga no ato da compra, logo o coeficiente a ser aplicado na fórmula será:

$m + 1 = 0$

$m = -1$ (negativo)

Assim, temos:

$$PMT = \frac{PV.i. (1 + i)^n}{[(1 + i)^n - 1]} \cdot (1 + i)^{m + 1}$$

(como m+ 1 = 0, temos que m = –1)

$$PMT = \frac{PV.i. (1 + i)^n}{[(1 + i)^n - 1]} \cdot (1 + i)^{-1}$$

$$PMT = \frac{PV.i.\,(1+i)^{n-1}}{[\,(1+i)^{n} - 1\,]}$$

17. CÁLCULO DA PMT NA HP12-C:

1) Uma geladeira possui preço a vista igual a R$1.020,00, podendo ser paga em três parcelas mensais e sem entrada. Sabendo que a taxa de juros praticada pela loja é igual a 7 % a.m. , calcule o valor da prestação cobrada pela loja.

1ª Solução: Utilizando a fórmula

$$PMT = 1020.\ 0,07\ .(1+0,07)^3 / [(1,07)^3 - 1] = (71,4).(1,225)\ /0,225 = 388,73$$

2ª solução:Direto na HP

Temos uma série postecipada, por isso temos que acionar o comando [g] [end]. A sequência de teclas é:

[f] [clx] 1020 [PV] 3 [n] 7 [i] [g] [end]
[PMT] = Visor → 388,67.

2) O mesmo exercício anterior com três prestações, porém dando uma parcela como entrada.

Vamos fazer somente o método da HP, pois a fórmula desenvolvida é para séries postecipadas. Temos uma série antecipada, por isso temos que acionar o comando [g] [beg].

Assim, temos:

[f] [clx] 1020 [PV] 3 [n] 7 [i] [g] [beg] [PMT] = 363,24.

3) Um televisor no valor de R$1.250,00 à vista é vendido em 12 pagamentos mensais e iguais e sem entrada no valor de R$150,00 cada. Qual a taxa de juros cobrada pela loja?

Usando a HP 12C, temos:

[f] [clx] 1250 [CHS] [PV] 12 [n] [g] [end] 150 [PMT] [i] = Visor → 6,1103 % a. m.

4) Uma loja de decorações anuncia a venda de um quadro pintado à óleo datado do sécullo XVIII, uma obra de arte por R$1.600,00 à vista ou em 1 + 9 (isto é, com entrada e oito parcelas mensais) de R$190,00. Qual é a taxa cobrada pela loja?

Temos uma série antecipada, por isso temos que acionar o comando [g] [beg].
[f] [clx] 1.600 [CHS] [PV] 10 [n] [g] [beg] 190 [PMT] [i] = Visor → 4,0422 % a.m.

Esta questão admite outra solução na forma de uma série postecipada. Se o preço do objeto é R$1.600,00 e a entrada é R$190,00 é como se o financiamento fosse de R$1.410,00 sem entrada e em 9 prestações. Assim, temos:

[f] [clx] 1410 [CHS] [PV] 9 [n] [g] [end] 190 [PMT] [i] = 4,0422 % a. m.

Observações importantes no uso da HP12-C:

Para apagar no visor:

g Dys → g mys
g beg → g end
c → STO EXX

Para ampliar o número de casas decimais:

f [nº de casas que deseja trabalhar]

AULA 10: AMORTIZAÇÕES SIMPLES DE SÉRIES UNIFORMES

18. SISTEMAS DE AMORTIZAÇÕES FINANCEIRAS

Os sistemas de amortização são desenvolvidos basicamente para operações de empréstimos e financiamentos de longo prazo. Existem diversas maneiras de amortizar uma dívida. Para cada sistema de amortização é construída uma planilha.

Vamos estudar três tipos básicos e tradicionais de sistemas de amortizações e a partir deles, vamos desenvolver possibilidades de criação ou de estruturação de outros. São eles:

1) Sistema Americano
2) Sistema Francês (Tabela Price)
3) Sistema de Amortizações Constantes

E outros (sistema misto, sistemas de amortizações variáveis, etc.)

18.1. Sistema Americano: Os juros são pagos periodicamente e o principal é quitado somente no final da operação.

Exemplo 1: Uma pessoa tomou R$200.000,00 emprestados que vão serem amortizados pelo Sistema Americano mediante uma única parcela ao final do 3º *ano*. Os juros são são pagos semestralmente a taxa de 13%.

a) Represente esta operação no diagrama de fluxo de caixa.

b) Complete o quadro abaixo:

PERÍODOS E MESES	JUROS R$	AMORTIZAÇÃO R$	PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR APÓS A PARCELA R$
1				
2				

3				
4				
5				
6				
TOTAL				

Solução:

PERÍODOS E MESES	JUROS R$	AMORTIZAÇÃO R$	PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR APÓS A PARCELA R$
1	26.000	-----------------	26.000	200.000,00
2	26.000	------------------	26.000	200.000,00
3	26.000	------------------	26.000	200.000,00
4	26.000	------------------	26.000	200.000,00
5	26.000	------------------	26.000	200.000,00
6	26.000	200.000,00	226.000	0
TOTAL	156.000	200.000,00	356.000,00	-----------------

18.2. Sistema Francês (Tabela Price): As prestações são constantes. Os pagamentos dos juros são decrescentes, enquanto as amortizações do principal são crescentes. É o sistema de amortização mais utilizado.

Exemplo:

1) Uma pessoa tomou R$ 8.000,00 numa financeira para pagar em dez prestações iguais a uma taxa de 6% ao mês.

a) Qual é o valor da prestação?

Utilizando a HP12-C para agilizar os cálculos temos:

8.000[PV] 10 [n] 6 [i]
[PMT] = 1086,94.

Resolvendo de outro modo, utilizando as fórmulas da matemática financeira, já por nós deduzidas, temos:

PV= 8.000
I= 6% a.m.= 0,06 a.m.
n = 10 meses
PMT= ?

$$PMT = \frac{PV.i.(1+i)^n}{[(1+i)^n - 1]}$$

$$PMT = \frac{8000 \, . \, 0,06 \, . \, (1+0,06)^{10}}{[(1+0,06)^{10} - 1]} = \frac{480 \, . \, (1,06)^{10}}{(1,06)^{10}-1} = \frac{480 \, . \, 1,79084}{0,79084} = \frac{859,60}{0,79084}$$

PMT =1.086,95

Podemos observar a diferença entre os valores obtidos pela HP12-C de R$ 1.086,94 e pelo valor obtido pelos cálculos com fórmulas da matemática financeira e os arredondamentos de 4 casas decimais para o valor de R$ 1086,95. Isso nos retorna aos erros que cometemos ao arredondar um número com 4 casas decimais, a calculadora utiliza aproximadamente 10 casas decimais.

b) Represente esta operação no diagrama de fluxo de caixa.

c) Complete o quadro abaixo de acordo com as amortizações feitas:

PERÍODOS E MESES	JUROS R$	AMORTIZAÇÃO R$	PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR APÓS A PARCELA R$
1				

2				
3				
4				
5				
6				
TOTAL				

Solução:

PERÍODOS E MESES	JUROS R$	AMORTIZAÇÃO R$	PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR APÓS A PARCELA R$
1			1.086,94	
2			1.086,94	
3			1.086,94	
4			1.086,94	
5			1.086,94	
6			1.086,94	
TOTAL			1.086,94	

a) A seguir, calculamos os juros:

j = 8000 . 6% = 8000 . 0,06 = 480

Como a prestação PMT = R$ 1086,94 , então a amortização será a diferença entre o valor da prestação e os juros cobrados. Logo, temos:

Amort = PMT – J= 1086,94 – 480 = 606,94.

E assim deduzimos do valor do saldo devedor a amortização:

SD = 8000 – 606,94 = 7393,06.

E assim por diante até completar o quadro e zerar o saldo devedor:

PERÍODOS E MESES	JUROS R$	AMORTIZAÇÃO R$	PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR APÓS A PARCELA R$
0	----	----	----	8.000,00
1	480,00	606,94	1.086,94	7393,06
2	443,58	643,35	1.086,94	6749,71
3	404,98	681,95	1.086,94	6067,75
4	364,06	722,88	1.086,94	5344,87
5	320,69	766,24	1.086,94	4578,62
6	274,71	812,22	1.086,94	3766,39
7	225,98	860,95	1.086,94	2905,44
8	174,32	912,61	1.086,94	1992,82
9	119,56	967,37	1.086,94	1025,44
10	61,52	1025,41	1.086,94	0
TOTAL				

Com o quadro todo completo, basta conferir os cálculos feitos com quatro casas decimais, para não gerar dúvidas nos valores calculados.

18.3. Sistemas de Amortizações Constante (SAC): As amortizações são constantes. O pagamento dos juros decai com o tempo, logo as prestações são decrescentes.

Vamos observar um exemplo sobre esse tipo de amortização:

Exemplo: Um empréstimo de R$ 24.000,00 deve ser quitado em quatro parcelas mensais mediante o sistema de amortizações constantes. A taxa de juros mensal da operação é igual a 3%.

a) Qual é o valor da amortização no final de cada período?

Podemos então calcular o valor da amortização constante, dividindo o valor da dívida no número de prestações mensais a serem pagas, ou seja, nesse caso, o número de prestações é quatro. Assim, temos que o valor da amortização em cada período é:

PV/n,
24.000,00/4 = 6000,00

b) Complete o quadro abaixo:

PERÍODO MESES R$	JUROS R$	AMORTIZAÇÃO R$	PRESTAÇÃO R$	SALDO DEVEDOR R$
0				
1				
2				
3				
4				
TOTAL				

Calculando a amortização e calculando os juros mês a mês, temos:

J = 24000. 3% = 24000. 0,03 = 720
PMT = AMORT + JUROS = 6000 + 720 = 6720

E Assim por diante, note que o que abatemos no saldo devedor é a amortização e não o valor da prestação. Deixamos a cargo do leitor a conclusão do exercício:

PERÍODO MESES R$	JUROS R$	AMORTIZAÇÃO R$	PRESTAÇÃO R$	SALDO DEVEDOR R$
0	---	---	---	24000
1	720	6000	6720	18000
2	540	6000	6540	1200
3		6000		6000
4		6000		0
TOTAL				

b) Quanto pagou de juros totais?

c) Compare esse sistema com o sistema Price, no mesmo período, e veja qual dos dois sistemas paga mais juros ao final do financiamento do bem. Fazer exercícios de fixação.

AULA 11: SÉRIES PERPÉTUAS- ED ETERNUM

19. SÉRIES PÉRPETUAS: São séries uniformes infinitas pagas como a prestação PMT ao contribuinte. Quando o número de prestações n tende para o infinito, isto é perpetuidades ou sejam prestações infinitas. Fórmula matemática para o cálculo da PMT infinita:

PMT = é cada prestação periódica.

PV = PMT (1/i)   Valor presente para as prestações perpétuas.

PMT = PV . I   Valor das prestações PMT perpétuas para um principal PV.

Exemplos:

1) Calcule o valor do investimento necessário para garantir um recebimento anual de R$ 2.000,00, de forma perpétua, sabendo que esse investimento é remunerado com uma taxa efetiva de 10% ao ano, no regime de juros compostos.

$$PV = \frac{2000}{I} = \frac{2000}{10\%} = \frac{2000}{0,1} = 20.000$$

2) Calcule o valor da prestação mensal perpétua que remunera um investimento de R$ 45.000,00 com a taxa de 2% ao mês, no regime de juros compostos.

PMT = 45.000 . 2% = 45.000 . 0,02 = R$ 900,00 .

3) As ações preferenciais de uma determinada empresa pagam um dividendo anual de R$8,00 por ação. Calcule o valor da ação preferencial dessa empresa sabendo-se que a taxa de desconto utilizada no mercado é de 6% ao ano.

Assumindo que essas ações pagam regularmente dividendos anuais, e como as ações preferenciais, não tem data de resgate, podemos considerar os dividendos pagos por essa ação como sendo uma perpetuidade. Dessa forma, o valor dessa ação preferencial é obtido por:

$$PV = \frac{8,00}{6\%} = \frac{8,00}{0,06} = R\$\ 133,33$$

Exercícios:

1) Determine quanto uma pessoa que tem hoje 26 anos, deve contribuir mensalmente para daqui a 32 anos aposente com uma renda mensal de R$ 1.300,00 de forma *ed eternum*, supondo uma taxa fixa anual de 18% ao ano, para depósitos e posteriormente para pagamentos mensais.
2) Qual deve ser o rendimento de um fundo de pensões de 36 bilhões de dólares para pagamento de 12 pessoas que contribuíram igualmente durante 28 anos, a uma taxa percentual de 14% ao semestre?
3) Nos últimos dois anos a previdência acumulou um superávit de 60 bilhões de dólares, sendo que no primeiro ano foi de 36 bilhões e no segundo o restante,

pagando todas as pensões Ed eternum, de aproximadamente 38 milhões de aposentados, no primeiro ano e 43 milhões no segundo ano.Qual será o tempo necessário para a previdência pagar seus 80 milhões de aposentados, supondo um crescimento constante?

AULA 12: VALOR PRESENTE LÍQUIDO E TAXA INTERNA DE RETORNO

20. VALOR PRESENTE LÍQUIDO (VPL):

20.1. Séries não Uniformes: São séries de pagamentos que apresentam anuidades diferentes. Basicamente temos dois critérios empregados para análises:

VPL (Valor Presente Líquido)
TIR (Taxa Interna de Retorno)

21. VALOR PRESENTE LÍQUIDO (VPL) (NET PRESENT VALUE, termo originário do inglês): significa uma soma, na data ZERO, de todos os fluxos de caixa da série não uniformes.

Pode ser chamado de Valor Atual Líquido ou simplesmente VAL. O Valor Presente Líquido, representado por VPL ou VAL ou NPV (Net Present Value) resulta na adição de todos os fluxos de caixa na data zero.

21.2. Investimento: No caso de investimento, o VPL, retorna a data zero, todos os recebimentos futuros e finalmente subtraído o investimento inicial.

Algebricamente, temos:

$$VPL = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{PCj}{(1+k)^j} + \frac{V\,Rn}{(1+k)^j} - Inv = \sum_{j=0}^{n} \frac{PCj}{(1+k)^j}$$

PCj = fluxo de caixa no período
K = custo de capital
J = período analisado
n = número de períodos analisados

VRn = valor residual do projeto no ano n

Inv = investimento

Exemplo:

1) O grupo comercial CAROAMIGO gostaria de analisar um investimento em um novo caminhão de entregas, no valor de R$38.000,00, que poderá render fluxos anuais de R$9.000,00, durante 8 anos de sua vida útil. Após este plano analisado, estima-se que o bem apresentará um valor residual igual a 6 mil. O custo de capital da empresa é estimado em 12% ao ano.

ANO	FLUXO DE CAIXA	VP – FLUXO DE CAIXA
0	-38	-38
1	9	8,03
2	9	
3	9	
4	9	
5	9	
6	9	
7	9	
8	17	
SOMA		

Complete a tabela com os valores VP do fluxo de caixa retornando o investimento ao presente.

Assim, temos:

ANO	FLUXO DE CAIXA	VP – FLUXO DE CAIXA
0	-38	-38
1	9	8,03

2	9	7,17
3	9	6,41
4	9	5,72
5	9	5,11
6	9	4,56
7	9	4,07
8	17	6,86
SOMA		7,93

Observações: Quando o VPL é maior que zero, esse fato indica que os fluxos futuros trazidos e somados a valor presente superam o investimento inicial. Logo, o projeto deveria ser aceito.

2) O grupo comercial VIAJALONGEDEMAIS gostaria de analisar um investimento em um novo caminhão de entregas, no valor de R$50.000,00, que poderá render fluxos anuais de R$9.000,00, durante 8 anos de sua vida útil. Após este plano analisado, estima-se que o bem apresentará um valor residual igual a 4 mil. O custo de capital da empresa é estimado em 12% ao ano.

Complete a tabela de acordo com os conceitos de VPL trabalhado.

ANO	FLUXO DE CAIXA	VP – FLUXO DE CAIXA
0	-50	-50
1	9	
2	9	
3	9	
4	9	
5	9	
6	9	

7	9	
8	13	
SOMA		

Assim, temos:

ANO	FLUXO DE CAIXA	VP – FLUXO DE CAIXA
0	-50	-50
1	9	8,03
2	9	7,17
3	9	6,41
4	9	5,72
5	9	5,11
6	9	4,56
7	9	4,07
8	13	5,25
SOMA		-3,68

Observações: Quando o VPL é menor que zero, esse fato indica que os fluxos futuros trazidos e somados a valor presente não superam o investimento inicial. Logo, o projeto não deveria ser aceito. Quando o VPL for igual a zero, torna-se indiferente aceitar ou não o projeto.

3) O grupo comercial RAPIDAODEMAIS gostaria de analisar um investimento em um novo caminhão de entregas, no valor de R$40.000,00, que poderá render fluxos anuais de R$8.000,00, durante 10 anos de sua vida útil. Após este plano analisado, estima-se que o bem apresentará um valor residual igual a 4 mil. O custo de capital da empresa é estimado em 12% ao ano.

Pergunta-se: Será que a empresa deve fazer o novo investimento? Por quê?

Solução:

1º: Completar a tabela retornando os valores ao presente.

ANO	FLUXO DE CAIXA	VP – FLUXO DE CAIXA
0	-40	-40
1	8	7,14
2	8	
3	8	
4	8	
5	8	
6	8	
7	8	
8	8	
9	8	
10		
SOMA		

Assim, temos:

ANO	FLUXO DE CAIXA	VP – FLUXO DE CAIXA
0	-40	-40
1	8	7,14
2	8	6,38
3	8	5,69
4	8	5,08
5	8	4,54

6	8	4,05
7	8	3,62
8	8	3,23
9	8	2,88
10	12	3,86
SOMA		6,49

Logo, podemos afirmar que o projeto deverá ser aceito, pois o VPL totalizou um valor positivo, assim sendo, vale fazer o investimento proposto.

4) Calcule o VPL do fluxo de caixa apresentado a seguir. Estima-se que o custo de oportunidade dos recursos da empresa seja aproximadamente 8% a.a.

ANO	FLUXO DE CAIXA
0	125.000
1	45.000
2	35.000
3	50.000
4	35.000
5	30.000

Vamos utilizar o recurso da HP12C, para estimar o VPL e verificar se o investimento deve ser feito. Assim, temos:

1º) [ON]

Liga a calculadora

2º) [f] [Reg]

Limpa os registros da calculadora

3º) 125000[CHS][g][CFo]

Abastece o capital inicial

4º) 45000[g][CFj]

Abastece o valor do fluxo de caixa em T1.

5º) 35000[g][CFj]

Abastece o valor do fluxo de caixa em T2.

6º) 50000[g][CFj]

Abastece o valor do fluxo de caixa em T3.

7º) 35000[g][CFj]

Abastece o valor do fluxo de caixa em T4.

8º) 30000[g][CFj]

Abastece o valor do fluxo de caixa em T5.

9º) 8[i]

Abastece o valor do custo de capital.

10º) [f][NPV]

Solicita o valor do VPL.

Finalmente, temos a resposta: 32.509

5) Calcule o VPL do fluxo de caixa a seguir, estimando-se que o custo de oportunidade de recursos da empresa é de 6% a.a.

ANO	FLUXO DE CAIXA
0	-80.000
1	32.000
2	40.000
3	60.000
4	46.000

Para calcularmos o VPL no Excel, vamos utilizar a função VPL.A Função VPL retorna o valor líquido atual de um investimento, baseado em uma série de fluxos de caixa periódicos e em uma taxa de desconto. Seu resultado equivale ao retornado pela função [NPV] das calculadoras financeiras.

Sua sintaxe é representada da seguinte maneira:

VPL (taxa; valor1;valor2; ...)

sendo que a Taxa = taxa de juros do período, equivalente a tecla [i] da calculadora financeira

Valor1; valor2; = argumentos 1 a 29 que representam os pagamentos e a receita.

Atividade Investigativa 4:

1) Vamos calcular o VPL no Excel do seguinte investimento:

ANO	FLUXO DE CAIXA
0	-800
1	500
2	400
3	300
4	200

Descreva os passos no Excel para o cálculo do VPL.

Solução:

P6 = VPL (P4; M6:M9) + M5

M5 = valor do investimento inicial

Devemos notar que o investimento inicial deve ser colocado fora da fórmula do VPL.

2) Com base na tabela abaixo de fluxos de caixa e uma taxa de 5% a.a., calcule o VPL no Excel.

ANO	FLUXO DE CAIXA
0	-12.000
1	6.000
2	7.000
3	8.000
4	10.000

AULA 13: VALOR PRESENTE LIQUIDO (VPL) E TAXA INTERNA DE RETORNO (TIR)

22. TAXA INTERNA DE RETORNO (TIR): A TIR – Taxa Interna de Retorno (IRR, do inglês Internal Rate of Return) corresponde ao valor da taxa de juros que torna nulo o valor do VPL. A taxa de retorno representa o valor do custo de capital que torna o VPL nulo. Corresponde, portanto a uma taxa que remunera o valor investido no projeto. Então, quando a TIR é superior ao custo de capital (k), deve ser aceito. Do contrário deve ser rejeitado, pois não remunera a altura da TIR.

Resumindo, temos:

1) Se VPL positivo→ k < TIR.
2) Se VPL negativo → k > TIR.
3) Se VPL nulo → k = TIR.

Algumas conclusões com aplicação do método da TIR:

1) Durante o prazo de análise do projeto, todos os retornos gerados pelo projeto serão reinvestidos no valor da taxa interna de retorno;

2) Quando calculado com a taxa interna de retorno, o valor de todas as saídas é igual ao valor presente de todas as entradas do fluxo de caixa do projeto de investimento;

3) A TIR mede a rentabilidade do projeto de investimento sobre a parte não amortizada do investimento, rentabilidade dos fundos que permanecem, ainda, internamente investidos no projeto.

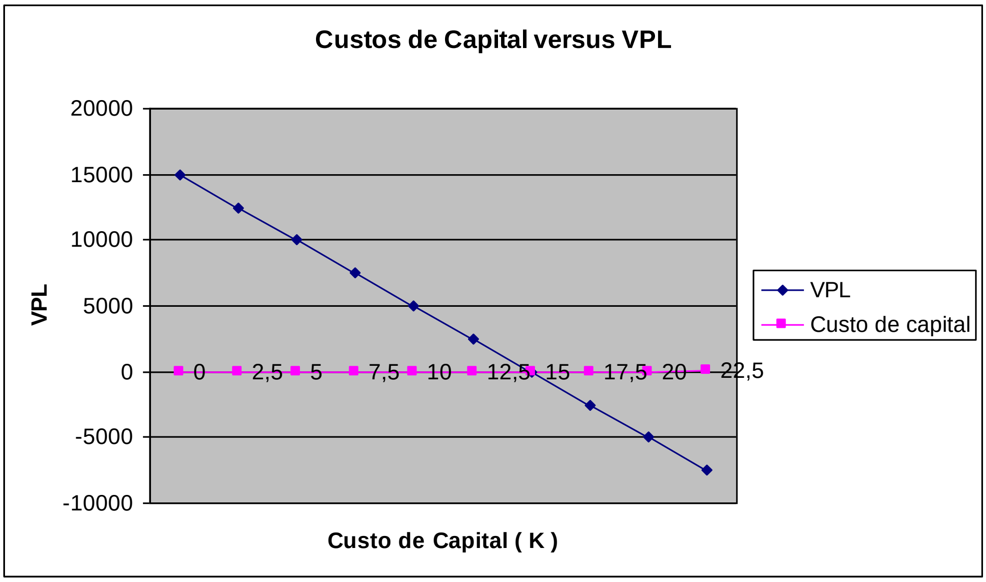
Observação importante: Uma das etapas à aplicação do método consiste na verificação da estrutura do fluxo de caixa. O maior problema no uso da TIR consiste na ocorrência da inversão de sinais do fluxo de caixa com mais de uma vez. Fluxos de caixa com mais de uma inversão de sinal podem apresentar mais de uma TIR.

Exemplos:

1) Calcule a TIR do fluxo de caixa a seguir. Se a empresa apresentasse um custo de capital igual a 15% a.a., o projeto deveria ser aceito? Qual seria o VPL?

ANOS	FLUXOS DE CAIXA- FC
0	-30.000
1	8.000
2	12.000
3	7.000
4	5.000
5	3.000
6	7.000
7	4.000

A TIR encontrada foi igual a 14,36%, inferior , portanto, ao custo de capital (k = 15%). Assim, o projeto deveria ser recusado e seu VPL, seria negativo, igual a – R$ 486,80. A relação entre o custo de capital e o VPL pode ser vista no gráfico a seguir:



2) Cálculo da TIR na HP12C:

1)[ON] → Ligar a calculadora.

2) [f] [Reg] → Limpa os registros da calculadora.

3) 30000[CHS][g][CFo] → Abastece o capital inicial.

4) 8000[g][CFj] → Abastece o valor do fluxo de caixa em t1.

5) 12000[g][CFj]→ Abastece o valor do fluxo de caixa em t2.

6) 7000[g][CFj]→ Abastece o valor do fluxo de caixa em t3.

7) 5000[g][CFj]→ Abastece o valor do fluxo de caixa em t4.

8) 3000[g][CFj]→ Abastece o valor do fluxo de caixa em t5.

9) 7000[g][CFj]→ Abastece o valor do fluxo de caixa em t6.

10) 4000[g][CFj]→ Abastece o valor do fluxo de caixa em t7.

11) [f][IRR]→ o valor da TIR.

Valor da TIR = 14,36.

3) No Excel, utilizamos a função TIR. A sintaxe utilizada é do tipo:

TIR (valores; estimativa)

Sendo os valores = matriz ou uma referência a células que contém números cuja taxa interna deseja-se calcular. Deve conter pelo menos um valor positivo e um negativo para calcular a taxa interna de retorno.

A função TIR emprega a ordem de valores emprega a ordem de valores para interpretar a ordem dos fluxos de caixa.Valores de pagamentos e rendas devem estar obrigatoriamente na sequência desejada. Caso a matriz ou argumento de referência contenha texto, valores lógicos ou células em branco, esses valores serão ignorados.

Estimativas = número que se estima ser próximo do resultado de TIR.

Corresponde a um palpite inicial sobre qual o valor da TIR.

A precisão do Excel é de 0,00001 %.

Se a TIR não puder localizar um resultado que funcione depois de 20 tentativas, o valor de erro #NÚM! Será retornado.

Na maioria dos casos, não é necessário fornecer estimativa para o cálculo da TIR. Se a estimativa for omitida, será considerada 0,1 (10%). Caso a TIR forneça o valor de erro #NÚM! ou se o resultado não for próximo do esperado, deve ser feita uma nova tentativa com um valor diferente para a estimativa.

Exemplos:

1) Calcule a TIR de um investimento a uma taxa de custo de capital K= 12% a.a. do seguinte fluxo de caixa apresentado:

ANOS	FLUXOS DE CAIXA – FC
0	-60.000
1	9.000
2	22.000
3	5.000
4	4.000
5	8.000
6	10.000
7	6.000

2) Calcule a TIR de um investimento a uma taxa de custo de capital de 34% a.a. do seguinte fluxo:

ANOS	FLUXOS DE CAIXA – FC
0	-125.000
1	38.000
2	32.000
3	46.000
4	35.000
5	32.000
6	17.000

AULA 14: MODELO DE AVALIAÇÃO FORMAL COM O USO DO EXCEL E HP12-C

1) Um empréstimo de R$ 40.000,00 deve ser quitado em seis parcelas mensais mediante o emprego do Sistema de Amortizações Constantes. A taxa de juros mensal da operação é igual a 4%. Calcule o valor de cada parcela, sabendo que a primeira será paga dentro de 30 dias. Construa o fluxo de caixa da operação financeira realizada.

PERÍODO (N)	SALDO INICIAL	JUROS	AMORTIZAÇÃO	PAGAMENTO	SALDO FINAL
1					
2					
3					
4					
5					

6					

2) O financiamento de um equipamento no valor de R$ 78.000, 00 é feito pela tabela Price em seis meses à taxa de 18% a.a. , sendo os juros capitalizados no financiamento. Como fica a planilha de financiamento com a primeira prestação vencendo daqui a um mês?

PERÍODO (N)	SALDO INICIAL	JUROS	AMORTIZAÇÃO	PAGAMENTO	SALDO FINAL
1					
2					
3					
4					
5					
6					

3) Determine o valor futuro de uma série de 18 aplicações mensais, iguais e sucessivas, no valor de R$ 2.500,00 , à uma taxa de 4% a.m., sabendo que a primeira parcela é aplicada no final do primeiro mês.

4) Antônio tem hoje 22 anos e gostaria de analisar a possibilidade de contribuir para um plano de aposentadoria privada. Pensa em aposentar aos 57 anos, quando gostaria a partir do seu aniversário, de receber uma renda mensal de R$ 4.200,00. Sabendo que a taxa de juros é de 6% a.a., quanto deveria depositar a partir de hoje de forma a conseguir seu objetivo?

5) A Transportadora DEVAGARSEVAIAOLONGE, pensa em comprar um novo caminhão no valor de R$ 98.000,00. Os fluxos de caixa decorrentes do investimento estão apresentados na tabela seguinte. Sabendo que o custo de capital da empresa é igual a 12% ao ano, estime o VPL e a TIR desse investimento.

PERÍODO	FLUXO DE CAIXA	VPL - FLUXOS DE CAIXA
0	-80.000	
1	20.000	
2	35.000	
3	15.000	
4	28.000	
5	40.000	

AULA 15: QUESTIONÁRIO FINAL DE AVALIAÇÃO SOBRE A DISCIPLINA

1) Como você calculava juros simples ou pagamentos de boletos bancários (ou financeiros) de compras à prazo, antes do curso realizado?

2) Quais são tecnologias de informação e comunicação utilizadas no curso de Matemática Financeira(MTM-170)?

3) Você acha útil o uso de tecnologias no aprendizado de juros simples? Por que? E no regime de juros compostos? Por que? Quais tecnologias devem ser utilizadas nos dois regimes de capitalização financeira?

4) Depois de realizado o curso de Matemática Financeira com o uso de tecnologias como o Excel e a HP12-C para o cálculo de Juros compostos e financiamentos, aponte as principais vantagens nessa forma de apropriação desse conteúdo?

5) Qual é a vantagem de visualizar planilhas eletrônicas de pagamentos de bens de consumo?

6) Faça uma síntese do uso de tecnologias no ensino de Matemática financeira. Quais das tecnologias (HP-12C e Excel) usadas foi mais rápida?E qual permitiu a melhor visualização? Por quê? Quando devemos utilizá-las? Cite exemplos.

7) Como você faria hoje, para fazer um financiamento de um apartamento para você, em 30 ou 35 anos pela Caixa Econômica Federal?

8) Como você faria para compra à prazo um eletrodoméstico?

9) Como deveria proceder se fosse montar um negócio particular para obtenção de lucro no mercado?

10) Dê uma aplicação de uma tecnologia de informação e comunicação na sua profissão, no seu cotidiano?

Referências / Bibliografia Sugerida

ALBERGARIA, I. S.; PONTE, J. P. *Cálculo mental e calculadora*. In: CANAVARRO, A. P.; MOREIRA, D.; ROCHA, M. I. (Eds.) *Tecnologias e Educação Matemática.* Lisboa: SEM-SPCE, p. 98-109, 2008.

ALMEIDA, A. C. *Trabalhando Matemática Financeira em uma sala de aula do Ensino Médio da escola pública.* Dissertação de Mestrado em Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2004.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

ARANTES, F. B.; COSTA, P. O. ; SOUZA JÚNIOR, A. J. *Integração das mídias no ensino superior: processo de produção coletiva de saberes docentes.* Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, IV, Brasília, 2009. Anais... Recife: SBEM, 2009.

ARAUJO, J. L. *Tecnologia na sala de aula: desafios do professor de Matemática.* EEMOP, III, fevereiro, 2005.

ARAUJO, R. M. L.; BARALDI, I. M.; BRIGHENTI; RIBEIRO, F. R. L.; SIMEÃO, S. F. A. P. *A Planilha Excel como instrumento pedagógico na formação do professor de Matemática.* Zezetiké, v. 13, n. 23, p. 139 a 157, jan-jul, 2005.

BAIRRAL, M. *Natureza do Conhecimento Profissional do Professor: Contribuições Teóricas para a Pesquisa em Educação Matemática*. Boletim GEPEM, n.41, p. 11 a 33, Rio de Janeiro, fevereiro, 2003.

BAIRRAL, M. *Conceitos, procedimentos e atitudes em Matemática*. Presença Pedagógica, v.9, n.50, p.43 a 49, Belo Horizonte, mar-abr, 2003.

BARROSO, J. M. *Conexões com a Matemática – Ensino Médio*.Moderna, São Paulo, 2010.

BICUDO, M. A. V.; GARNICA, A. M. *Filosofia da Educação Matemática***.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BODGAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação Qualitativa em Educação.* Porto, 1994.

BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática***.** Autêntica, Belo Horizonte, 2004.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática.* Autêntica, Belo Horizonte, 2005.

BRUNI, A. L.; FAMÁ, R. *Matemática Financeira : com HP e Excel.* Atlas, São Paulo, 2002.

CARAMORI, M. F.; SCHEFFER, N. F. *O ensino de matemática financeira com tecnologias: um estudo com professores de um grupo de formação Continuada.* Encontro Gaúcho de Educação Matemática, X. Ijuí, 02 a 05- junho, 2009.

CIÊNCIAS DA NATUREZA, MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS. Vol. 2, MEC, Educação Básica e Médio, Brasília, 2006.

CORRÊA, R. A. *Linguagem matemática, meios de comunicação e Educação Matemática.* In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. *Escritas e Leituras na Educação Matemática*. p. 93-100. Autêntica, Belo Horizonte, 2005.

COSTA, J. W. O.;OLIVEIRA, M. A. M. *Novas linguagens e novas tecnologias: educação e sociabilidade.* Vozes, Petrópolis, 2004.

D'AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade*. Autêntica, Belo Horizonte, 2005.

D'AMBROSIO, U. *Uma resenha do livro de Ole Skovsmose: Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade***.** Tradução: BICUDO, M. A. V. Cortez, São Paulo, 2007.

EVES, H. *Introdução à história da Matemática.* Editora da Unicamp, Campinas, 2004.

FEIJÓ, A. B. *O ensino de matemática financeira na graduação com a utilização da planilha e da calculadora: uma investigação comparativa.* Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2008.

FERREIRA, A. C. A. *O uso do computador como recurso mediador na disciplina de ensino médio***.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2004.

FIORENTINI, D. *Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares.* Mercado de letras, Campinas, 2003.

FIORENTINI, D.; CRISTOVÃO, E. M. *Histórias e investigação de / em aulas de Matemática.* Alínea, Campinas, 2006.

FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S. *Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam Matemática.* Mercado de letras, Campinas, 2009.

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido.* Paz e Terra**,** Rio de Janeiro, 1972.

FREITAS, M. T. A. *Cibercultura e formação de professores*. Autêntica, Belo Horizonte, 2009.

FROTA, M. C. R.; NASSER, L. *Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates.* SBEM, v-5. P I1. Recife, 2009.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. *A aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados.* Congresso RIBIE, IV, Brasília, 1998.

HAZZAN, S.; POMPEO, J. N. *Matemática Financeira*. Saraiva, São Paulo 2007.

HERMÍNIO, P. H. – *Matemática Financeira, um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem*. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista, Campus de Rio Claro, 2008.

IEZZI, G.; DOLCE, O. *Matemática – Ciência e Aplicações.* Saraiva, São Paulo, 2010.

IMENES, L. M.; MILANI, E.; LELLIS, M. *Conviver Matemática – Ensino Médio* FTD, São Paulo, 2010.

KÁTIA S. S.; DINIZ, M. I. *Matemática- Ensino Médio.* Saraiva, São Paulo, 2010;

KAWASAKI, T. F. – *Tecnologias na sala de aula de matemática: resistência e mudanças na formação continuada de Professores.* Tese de Doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais. Faculdade de Educação, Belo Horizonte, 2008.

LEVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática.* Editora 34, Rio de Janeiro, 1993.

LOPES, C. A. E.; NACARATO, A. M. *Escritas e leituras na Educação Matemática.* Autêntica, Belo Horizonte, 2009.

MARIN, D. – *Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior.* Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2009.

MIORIM, M. A. *O ensino de matemática: evolução e modernização*. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação, Campinas, 1995.

MOREIRA, L. C. G. *Planilhas convencionais e on line: um estudo comparativo para a graduação.* Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Fisíca. Porto Alegre, 2008.

MORETTIN, P.; HAZZAN, S.; BUSSAB, W.. *Introdução ao Cálculo para Administração, Economia e Contabilidade.* Saraiva, São Paulo, 2010.

NASCIMENTO, P. L. *A formação do aluno e a visão do professor do ensino médio em relação à matemática Financeira.* Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Faculdade de Educação. São Paulo, 2004.

NASSER, L. *Matemática financeira para a escola básica: uma abordagem prática e visual.* Projeto Fundão, Universidade Federal do Rio de janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

NOVAES, R. C. N. *Uma Abordagem visual para o ensino de Matemática Financeira no ensino médio.* Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Faculdade de Educação. Rio de Janeiro, 2009.

PINHO, A. J. M. *Análise de preço e risco de mercado de contratos futuros da dívida externa.* Dissertação de Mestrado – Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. São Paulo, 2005.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. *O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional.* p.1 a p.23. Lisboa, jan-2001.

PONTE, J. P. *Literacia matemática*. Congresso Literacia e Cidadania, Convergências e Interface. Universidade de Évora. Publicado nas Actas em CD-ROM com o nº 37, Lisboa, 28 a 30 de maio de 2002.

PONTE, J. P. *Investigar, ensinar e aprender*. Universidade de Lisboa. Actas do ProfMat 2003 (CD-ROM, pp. 25-39). Lisboa, 2003.

PUCCINI, A. L. *Matemática Financeira: objetiva e aplicada.* Saraiva, São Paulo, 2009.

REIS, F. S. *A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos.* Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, 2001.

REIS, F. S. *A formação do Professor de Matemática do Ensino Superior. In: Escritos sobre Educação*, v. 2, n. 2, 15-22, 2003.

REIS, F.S.; CAMARGOS, C.B.R.; GARCIA, M.M.; MACHADO, C.M.; SANTOS, C.A.M. *Descobrindo a Modelagem Matemática: De professores em formação inicial a professores em formação continuada.* Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática, IV. Feira de Santana, 2005. Anais... Feira de Santana: UEFS, p. 1-5 , 2005.

SILVA, E. M.; SILVA, E. M.; GONÇALVES, V.; MURILO, A. C. *Pesquisa Operacional para os cursos de Economia, Administração e Ciências Contábeis*. Atlas, São Paulo, 1999.

SILVESTRE, A. I.; PONTE, J. P. – *Tarefas de investigação e novas tecnologias no ensino da proporcionalidade.* Educação e Cultura Contemporânea, 5 a 9 maio, 2008.

SKOVSMOSE, O. *Cenários para Investigação.* . In: Bolema, nº 14, pp. 66 a 91, 2000. Reunião Anual da American Educational Research Association (AERA), New Orleans, 24-28 de Abril, 2000.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática crítica: A questão da democracia.* Papirus**,** Campinas, 2001.

SKOVSMOSE, O. *Desafios da reflexão em educação Matemática crítica.* Papirus, Campinas, 2008.

SOARES, M. *Novas práticas de leitura e escrita: Letramento na Cibercultura.* Vol. 23, n. 81, p. 143-160. Disponível em http://www.cedes.unicamp.br, Campinas, dez-2008.

VYGOTSKY, L. S. – *Pensamento e linguagem.* Martins Fontes, São Paulo, 2008.

WAGNER, V. M. P. S.; NASSER, L.; TINOCO, L. – *Formação inicial de Professor de Matemática.* Zetetiké, v.5, n.7, p.37 a p.49, Campinas, jan/jul.1997.