

Produto Educacional

Mestrado Profissional em Educação Matemática

ICEB - UFOP

2014

Diminuindo a Distância Transacional: Mediando a
Aprendizagem de Conteúdos da Geometria Plana na
Educação à Distância com o Software GeoGebra



P385d

Pelli, Débora.

Diminuindo a distância transacional: mediando a aprendizagem de conteúdos da geometria plana na Educação à Distância com o software Geogebra/ DéboraPelli.Ouro Preto: EditoraUFOP,2014.

54p.

Orientador: Prof. Dr.Milton Rosa.

Produto Educacional do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

1. Ensino a distância. 2. Geometria plana. 3. Geometria euclidiana.

I. Rosa, Milton. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU:514.12:37.018.43

Catálogo: sisbin@sisbin.ufop.br

Apresentação

Prezado(a)s Professore(a)s,

Atualmente, ocupo o cargo de Matemático cuja função está relacionada com a realização de pesquisas no campo das ciências matemáticas fundamentais e/ou das aplicações práticas dos princípios e técnicas matemáticas, na Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM) desde 2010, sendo aprovada em concurso público em 2009. Fui professora concursada de Matemática do ensino fundamental e médio de 2001 a 2005. Trabalhei como professora e diretora de escola particular e pré-vestibular. Além disso, fui professora do ensino superior em instituições federal e privada.

Apresento um produto educacional que é fruto da pesquisa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), que conduzi de 2012 a 2014 com alunos em reoferta, que estavam em dependência em uma disciplina

relacionada com conteúdos da Geometria Plana do Curso de Licenciatura em Pedagogia de uma universidade federal no Estado de Minas Gerais, na modalidade a distância.

Esse produto é um recorte dessa dissertação de mestrado, que investigou as contribuições da utilização do software GeoGebra como um mediador do processo de aprendizagem de conteúdos da Geometria Plana na Educação a Distância (EAD) em um curso de Licenciatura em Pedagogia.

Assim, o produto originado dessa dissertação possui o formato de um caderno de orientações para os professores, que se inicia com a apresentação das teorias que fundamentam esse trabalho, tendo como objetivo a familiarização dos leitores com o entendimento desse embasamento teórico.

Finalmente, esse caderno termina com a apresentação de algumas sugestões referentes ao ensino e aprendizagem de conteúdos da Geometria Plana por meio da elaboração de atividades curriculares mediadas pelo software

GeoGebra. Essas atividades foram desenvolvidas para verificar as contribuições da utilização desse software para o ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos no ambiente virtual de aprendizagem (AVA) na modalidade a distância.

Para a elaboração desse caderno de sugestões foi utilizada a metodologia denominada de *Estudo do Método Misto (Mixed Methods Study)*, pois a utilização dos métodos quantitativo e qualitativo por meio de suas combinações facilita a coleta, análise e interpretação dos dados (CRESWELL & PLANO CLARK, 2007). Esse método é importante porque permite uma visão holística dos resultados obtidos para a elaboração desse caderno.

O acesso à pesquisa completa pode ser obtido no link <http://www.ppgedmat.ufop.br/index.php/producao/producoes> do programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP ou pelo contato pessoal por meio do endereço eletrônico deborapelli@yahoo.com.br.

É recomendável que os textos iniciais sejam lidos para que haja um melhor entendimento das atividades

propostas por meio da compreensão das teorias e da metodologia que embasaram esse estudo para o desenvolvimento de atividades curriculares para a prática docente em sala de aula.

Débora Pelli

Sumário

A Geometria Plana Euclidiana	5
A Geometria Plana	7
O Software Dinâmico GeoGebra	10
Utilizando o Software Dinâmico Geogebra	12
A Educação na Modalidade a Distância	26
A Teoria da Mediação	28
A Teoria da Interação e da Distância Transacional	
3235	
Atividades Realizadas com Conteúdos da Geometria Plana Desenvolvidas no Software GeoGebra	34
Proposição de atividades para facilitar o desenvolvimento de determinados conteúdos geométricos	44
Finalizando a nossa conversa	50
Referências Bibliográficas	52

A Geometria Plana Euclidiana

A Geometria Euclidiana como é ensinada atualmente nas escolas baseia-se em cinco postulados:

1. Dados dois pontos distintos, há um único segmento de reta que os une.
2. Um segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente para construir uma reta.
3. Dados um ponto qualquer e uma distância qualquer, pode-se construir uma circunferência de centro naquele ponto e com raio igual à distância dada.
4. Todos os ângulos retos são semelhantes.
5. Se uma linha reta cortar duas outras retas de modo que a soma dos dois ângulos internos de um mesmo lado sejam menores do que dois ângulos retos, então essas duas retas, se forem prolongadas indefinidamente, encontram-se em um ponto no mesmo lado em que os dois ângulos são menores do que os dois ângulos retos (BICUDO, 2009).

Esses cinco postulados foram tratados pela primeira vez em sua maneira axiomática e dedutiva no livro *Os Elementos* escrito por Euclides na Grécia por volta do final do século IV a.C. Essa obra euclidiana é considerada um trabalho matemático e geométrico

épico, sendo constituída por treze livros, reconhecidos pelo seu formalismo e rigor.

Os Elementos possuem 465 proposições que se iniciam com a definição de termos básicos, continuam com a conceituação de teoremas que são desenvolvidos com a utilização desses termos e com o emprego dos princípios da lógica (EVES, 2004). De uma maneira geral, os conteúdos dos seis primeiros livros se relacionam com a geometria plana elementar.

As construções e demonstrações elaboradas por Euclides seguem uma ordem na qual uma proposição sempre utiliza fatos que foram previamente construídos ou demonstrados em proposições anteriores. Esses trabalhos priorizam e valorizam a utilização de objetos geométricos no seu desenvolvimento, estando desvinculadas das demonstrações que apelam para a simples manipulação algébrica e não oferecem uma construção significativa do ponto de vista da Geometria (NOTARE, 2001).

A maneira como Euclides demonstrou as proposições, a partir da utilização de construções e demonstrações, continua sendo uma referência importante para qualquer trabalho acadêmico, estudo ou investigação científica que esteja relacionada com os conteúdos da Geometria Plana que surgiram ou que possam surgir posteriormente à publicação de *Os Elementos*, pois essa obra tornou-

se “o protótipo da forma matemática moderna” (EVES, 2004, p. 178).

A Geometria Plana

Existe a necessidade de ressaltar a importância dos conteúdos geométricos para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática, pois essa área do conhecimento apresenta uma função essencial na formação dos indivíduos, possibilitando uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente das ideias e uma visão mais equilibrada da Matemática. Assim, a Geometria desempenha um papel fundamental no ensino, pois é responsável pela ativação das estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização (LORENZATO, 1995).

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCNs (BRASIL, 1998), a Geometria Plana é uma disciplina importante para que os alunos consigam organizar o próprio pensamento a partir do mundo em que vivem, pois a percepção dos objetos pertencentes ao mundo físico como, por exemplo, as obras de arte, as pinturas, os desenhos, a escultura e o artesanato, podem gerar conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Apesar das importantes contribuições da Geometria para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos de níveis superiores, na

maioria das vezes, o seu ensino tem sido objeto de pouca exploração e normalmente é deixado para ser introduzido no final de cada ano letivo. Por exemplo, no primeiro ciclo do ensino fundamental, a Geometria é frequentemente esquecida durante o desenvolvimento do currículo matemático, sendo também relegada a um segundo plano em relação à aritmética, enquanto que no segundo ciclo do ensino fundamental e no ensino médio, a Geometria também costuma ser relegada a um segundo plano em relação à álgebra.

Reforçando esse ponto de vista, as informações obtidas junto ao *Centro de Pesquisas em Educação e Cultura* mostram que o ensino da Geometria não é abordado pelos professores com a mesma importância dada ao ensino da álgebra e da aritmética (CENPEC, 2002).

As dificuldades relacionadas com o aprendizado da Geometria Plana estão relacionadas com: a) o conteúdo que é o último a ser estudado no ensino fundamental, b) a falta da formação continuada dos professores, c) a abordagem realizada nos livros didáticos e d) o seu conteúdo não é proposto nas aulas.

Contudo, para que essa abordagem possa favorecer o processo de ensino, existe a necessidade de que metodologias diferenciadas sejam utilizadas na aprendizagem de conteúdos geométricos, como por exemplo, os *softwares* educativos que podem

auxiliar os alunos na percepção e compreensão de conceitos da Geometria Plana.

Nesse sentido, para que essa abordagem pedagógica seja implementada de uma maneira adequada nas salas de aula presencial ou virtual, é preciso oferecer condições para que os alunos realizem explorações e investigações no ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos para facilitar e possibilitar a aquisição de informações necessárias para a sistematização dos conceitos geométricos (FIORENTINI, 2006).

Por exemplo, um aplicativo eficiente para esse trabalho pedagógico nas escolas é o *GeoGebra*, que pode ser considerado como um *software* da Geometria Dinâmica, que permite que os alunos construam e explorem objetos geométricos e algébricos de maneira interativa. Esse software possibilita a construção de uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática e suas conexões (BRASIL, 2002).

Torna-se, portanto, importante a utilização das tecnologias digitais como uma ação pedagógica para o ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos por meio da elaboração de atividades curriculares matemáticas que facilitam a produção, a apropriação e o estabelecimento efetivo desse conhecimento.

Nessa perspectiva, os alunos tornam-se participantes ativos no processo de construção do conhecimento matemático e

geométrico, pois os professores possibilitam que *façam matemática* por meio da experimentação, interpretação, visualização, indução, elaboração de conjecturas, abstração, generalização e demonstração (GRAVINA, 1998).

O Software Dinâmico GeoGebra

A versão inicial do software GeoGebra foi criada em 2001 por Markus Hohenwarter durante a condução de sua dissertação de mestrado em Educação Matemática e Ciências Computacionais, realizado na Universidade de Dalzburg na Áustria.

O software livre GeoGebra possui todas as ferramentas tradicionais de um software de geometria dinâmica, como, por exemplo, os pontos, os segmentos, as retas e as seções cônicas, possuindo as representações geométrica e algébrica, que interagem entre si.

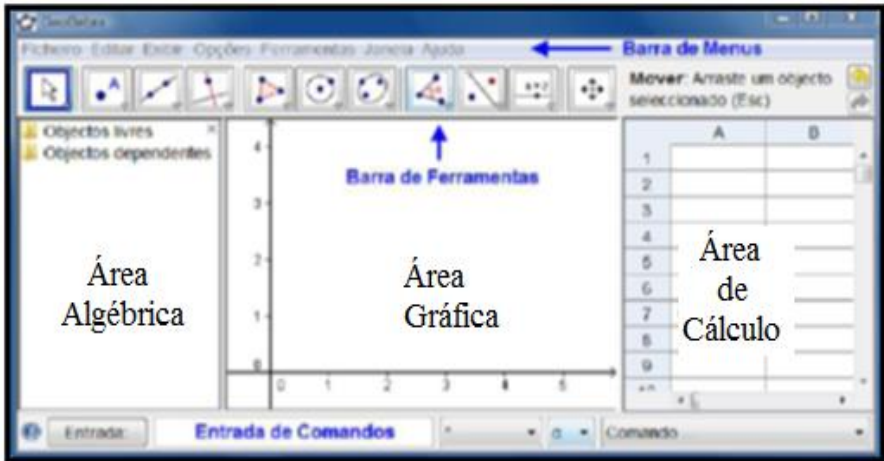
Assim, os recursos tecnológicos desse software podem potencializar o ensino e a aprendizagem de conteúdos em Geometria Plana. Então, esses recursos possibilitam que os alunos desenvolvam um trabalho que permite a utilização de várias representações de um mesmo objeto matemático de aprendizagem, que pode ser

considerado como um elemento abstrato que tem as suas raízes na matemática e na filosofia da matemática (MORAIS, 2012).

Esse software possui uma interface simples composta por várias caixas de ferramentas, sendo que a sua parte superior apresenta as devidas explicações quanto à sua utilização por meio de ícones, facilitando a aprendizagem da Geometria Plana.

Na parte superior do software, encontra-se a barra de ferramentas com os objetos que podem ser utilizados nas construções da área gráfica. Assim, à medida que os objetos matemáticos são construídos, suas coordenadas e equações são mostradas na área algébrica.

Além disso, com o *mouse*, podem-se modificar as propriedades dos objetos matemáticos que foram construídos com a utilização da área de cálculo e, ao mesmo tempo, observar dinamicamente a mudança nas coordenadas dos objetos geométricos ou equações. A Figura abaixo mostra a janela inicial de visualização do GeoGebra, que está dividida em três áreas: algébrica, gráfica e de cálculo.



A instalação do GeoGebra ocorre rapidamente a partir de download disponível em diversas versões no site <http://www.baixaki.com.br/download/geogebra.htm>, sendo necessário que os computadores disponham a versão Java. Para um melhor entendimento e utilização desse software, foram criados diversos tutoriais que são encontrados em inúmeros sites na Internet.

Em seguida, será apresentado um material que servirá como um guia para a utilização desse software nas aulas de Geometria Plana.

Utilizando o Software Dinâmico Geogebra

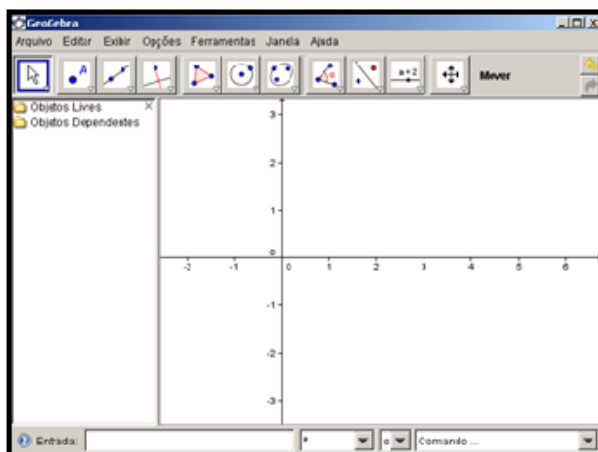
Para que você possa baixar o software livre Geogebra, é necessário proceder da seguinte maneira:

1. No Google, escreva Geogebra download. Abrir em uma das páginas, como, por exemplo, baixaki e clicar em uma caixa onde está escrito *Clique para Baixar*, então abrirá uma nova caixa, onde você marcará “download”.
2. Assim que for feito o download, clique sobre o ícone GeoGebra para iniciar a sua instalação. Então, abrirá uma caixa onde você clicará em *próximo* e depois em *terminar*.

Na primeira linha da interface do GeoGebra, você encontra as funções do software enquanto que na segunda linha você visualiza a sua barra de ferramentas.

Funções do Software

Barra de Ferramentas



A caixa de entrada, que fica na parte inferior do lado esquerdo, é o local por meio do qual os comandos necessários são executados. Por

exemplo, se você quiser a representação de um ponto, pode digitar nesse espaço $P = (3,4)$, que aparecerá um ponto de abscissa 3 e ordenada 4.

Lembrete 1

No GeoGebra, o sistema decimal é trabalhado com ponto ao invés de vírgula.

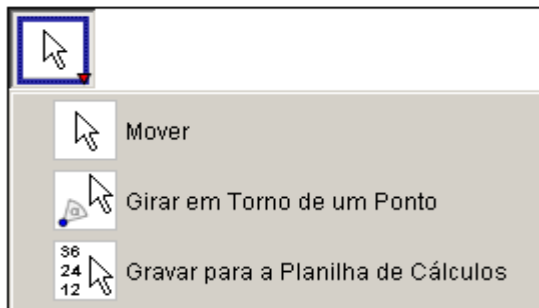
Por outro lado, se você quiser representar uma determinada função pode escrever em *Entrada* $f(x) = x^2 + 3x + 7$ e logo visualizará uma função do segundo grau, com a sua representação gráfica, que é uma parábola e que tem como domínio todos os números reais. Nesse caso, o símbolo “^” significa *elevado a potência*.

Dica 1

Para copiar qualquer figura da tela, como, por exemplo, para colá-la no *Paint* você deve selecionar a figura desejada e se direcionar para "arquivo", "exportar" e "copiar para a área de transferência (Ctrl+Shift+C)"

É importante que você saiba como utilizar as principais ferramentas do GeoGebra.

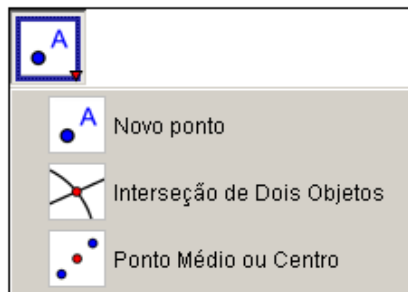
Para iniciar, é necessário que você clique sobre a ferramenta que será utilizada.



A principal função da primeira caixa é a movimentação das figuras geométricas. Então, existe a necessidade de que você clique sobre a seta principal e arraste a figura.

Ponto, Intersecção e Ponto Médio

Veja como você pode utilizar as ferramentas do software para a criação de pontos, para verificar a intersecção entre dois pontos e para determinar pontos médios.





Novo ponto

Para criar um novo ponto você precisa clicar primeiramente nesse ícone e depois na área geométrica do software. O ponto será carregado na tela enquanto o botão do mouse não for solto. Somente depois desse movimento é que o ponto será criado efetivamente. Durante esse movimento, caso a área algébrica esteja ativada, as coordenadas do ponto aparecerão nessa parte do software.



Interseção de dois objetos

Quando você selecionar dois objetos, os seus pontos de interseção serão marcados.

Dica 2

Outra opção é clicar na interseção entre esses dois objetos. O ponto clicado será marcado.



Ponto médio ou centro

Para utilizar esta ferramenta, você clicará em dois pontos para encontrar o ponto médio de um determinado segmento de reta ou em uma secção cônica para obter seu centro.

Retas, Segmentos de Reta, Mediatrizes, Bissetrizes, Tangentes e Lugares Geométricos

Veja como você pode utilizar as ferramentas do software para determinar retas, mediatrizes, bissetrizes, tangentes e lugares geométricos.



Reta definida por dois pontos

Após serem criados dois pontos, clica-se no botão dessa ferramenta e nos pontos dados para a construção da reta.



Segmento de reta definido por dois pontos

Após a criação de dois pontos que serão as extremidades de um determinado segmento de reta, você clicará nessa ferramenta e

nesses pontos. Você observará que na janela algébrica aparecerá a medida desse segmento.



Segmento de reta dado o seu comprimento a partir de um ponto dado

Você marcará a origem do segmento de reta e digitará a medida desejada em uma janela que se abrirá no momento em que você clicar sobre essa ferramenta.



Semi-reta definida por dois pontos

Você marcará dois pontos, traçando em seguida uma semi-reta a partir do primeiro ponto dado e que também passe pelo segundo ponto marcado.



Reta perpendicular

Você construirá uma reta e um ponto fora dessa reta. Em seguida clicar nessa ferramenta para visualizar a reta perpendicular à reta dada que passa pelo ponto dado.

Lembrete 2

Você utilizará esse mesmo procedimento para construir um segmento de reta ou uma semi-reta.



Reta paralela

O procedimento utilizado é o mesmo para a construção de uma reta perpendicular.



Mediatriz

Você construirá um segmento de reta. Em seguida clique nesse segmento e nessa ferramenta para que o programa possa criar uma reta perpendicular que passa pelo seu ponto médio.



Bissetriz

Marque três pontos A, B e C. Em seguida, construa a bissetriz do ângulo ABC clicando-se sobre as duas linhas concorrentes que foram traçadas. Após esse procedimento, construa as bissetrizes dos ângulos determinados por essas linhas.



Tangentes

Você construir tangentes você seleciona uma cônica c e um ponto A ou seleciona uma reta e uma cônica.

Lembrete 3
Nesse caso, todas as tangentes
a c por A são traçadas.

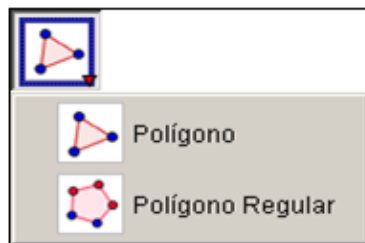


Lugar geométrico

Você pode clicar em um determinado objeto com o ponto. Em seguida, você ativa a ferramenta para conhecer o lugar geométrico desse objeto.

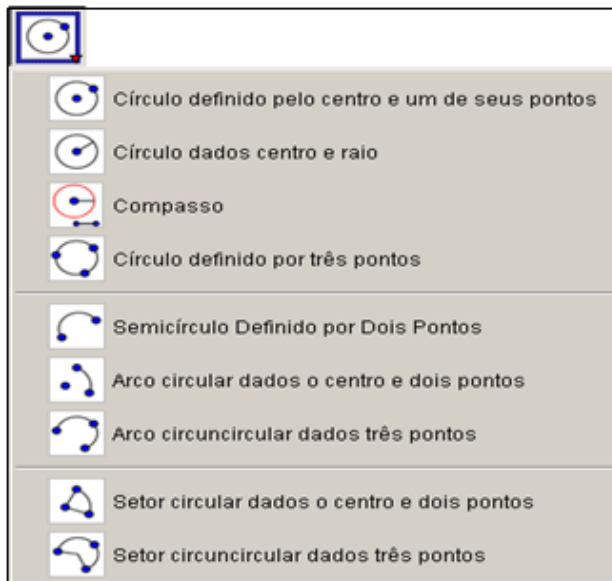
Polígonos

Para a construção de polígonos, é importante marcar o número de pontos desejados. Em seguida, você clica na ferramenta e nesses pontos.



Círculos, Arcos e Setores Circulares

Veja como você pode utilizar as ferramentas do software para a construção de círculos, arcos e setores circulares.



Círculo definido pelo centro e por um de seus pontos

Você pode marcar dois pontos, sendo um desses pontos o centro enquanto que o outro deve pertencer à circunferência. Quando você clicar na ferramenta e nos pontos, você visualizará o círculo com centro em A e que passa por B.

Círculo dados o centro e o raio

Você marcará o centro A e digitará a medida desejada para o raio em uma janela que aparece quando você clicar nessa ferramenta.



Círculo definido por três pontos

Você marcará três pontos A, B e C que não estejam em uma mesma reta, que não sejam colineares. Assim, ao clicar na ferramenta e nos pontos, você criará o círculo que passa por esses pontos.



Semicírculo dados dois pontos

Você marcará dois pontos A e B, clicará na ferramenta e nesses pontos para construir o semicírculo de diâmetro AB.



Arco circular dados o centro e dois pontos

Você marcará três pontos A, B e C para traçar o arco circular com centro A, iniciando o traçado no ponto B e terminando-o no ponto C.



Arco circuncircular dados três pontos

Essa ferramenta permite traçar um arco circular passando por três pontos não colineares.



Setor circular dados o centro e dois pontos

Você marcará três pontos A, B e C para traçar o setor circular com centro A, iniciando o traçado no ponto B e terminando-o no ponto C.



Setor circuncircular dados três pontos

Você marcará três pontos não colineares A, B e C. Em seguida, traçará um setor circular que passe por esses pontos.

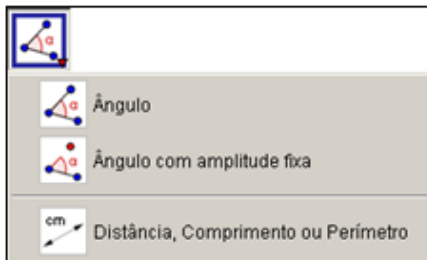


Cônica definida por cinco pontos

Você marcará cinco pontos que não sejam colineares, isto é, que não estejam sobre uma mesma reta. Em seguida, você construirá a cônica que passa por esses pontos.

Ângulos e Distância

Veja como você pode utilizar as ferramentas do software para determinar ângulos e distância.





Ângulo

Você marcará três pontos. Em seguida, clicará na ferramenta e nesses pontos se direcionando da direita para a esquerda (de acordo com o interesse da localização do ângulo) para traçar o ângulo desejado.



Ângulo com amplitude fixa

Você marcará dois pontos e digitará a medida desejada para o ângulo que será visualizado em uma janela que aparecerá quando você clicar na ferramenta.



Distância

Essa ferramenta fornece mediante o trabalho realizado na janela algébrica do GeoGebra a distância entre dois pontos; duas linhas ou entre um ponto e uma linha.

Lembrete 4

As demais ferramentas do software GeoGebra que não foram destacadas não estão diretamente relacionadas com o ensino de conteúdos da Geometria Plana.

Dica 3

Caso você tenha interesse em utilizar outras ferramentas desse software, ao clicar na ferramenta desejada o programa mostrará a maneira como essa ferramenta deve ser utilizada e manipulada.

Inserção de Figuras no Word

Para a inserção de figuras no word, que foram realizadas no GeoGebra, você procederá da seguinte maneira:

1. Após construir uma determinada figura no software GeoGebra, clicar em *Arquivo* e *Gravar como*. Posteriormente, você nomeará a figura e gravá-la.
2. Ainda no software GeoGebra, clicar em *Arquivo*, *Exportar* e *Janela de Visualização* como imagem (png, eps). Então abrirá uma janela na qual você clicará em gravar. Em seguida, você nomeará o arquivo, normalmente com os mesmos dados anteriores, acrescentando *.png* e, sem seguida, clicar em gravar. Nesse momento, você deverá escolher o local onde irá gravar o arquivo, geralmente, no desktop ou em uma pasta que escolher.

3. Para colocar a figura em um tamanho ideal, você clicará no arquivo que contém a figura que acabou de gravar (por exemplo, se você salvou o arquivo no desktop, vá até a área de serviço e clique no arquivo com o botão direito do mouse). Assim, clique em *Abrir com*, no *Microsoft Office Picture Manager*, no local em que o seu desenho será aberto nesse programa. Em seguida, clique em *Editar figura* e *Cortar*. Posteriormente, utilize o mouse para colocar o retângulo exatamente do tamanho da sua figura e salve o arquivo.

4. No programa no qual a figura será colocada, como por exemplo, no Word, insira uma caixa de texto e dentro dessa caixa clique em *Inserir e Imagem do arquivo*. Em seguida, abra a janela do desktop ou na pasta em que você salvou o arquivo e insira o arquivo.

É importante ressaltar que por ser um software dinâmico, de distribuição gratuita e traduzido em vários idiomas, o GeoGebra está se destacando como um recurso tecnológico para ser utilizado pelos professores de Matemática que querem empregar esse tipo de tecnologia na prática pedagógica das salas de aula. A interface amigável desse software possibilita que os alunos explorem os conceitos geométricos e algébricos de uma maneira dinâmica.

Outra característica importante do GeoGebra é a possibilidade de interação entre os seus usuários e os objetos matemáticos, que são disponibilizados em sua área de trabalho. Por exemplo, quando os alunos *arrastam* as curvas das funções com o *mouse*, é possível que visualizem as modificações de seus parâmetros na área algébrica, que se localiza ao lado esquerdo da janela de visualização.

Assim, com essa possibilidade, os alunos podem inferir sobre outras situações-problema não planejadas pelos professores em seus planos de ensino, permitindo o desenvolvimento da reflexão dos conceitos algébricos e geométricos explorados nas atividades matemáticas propostas em sala de aula.

A Educação na Modalidade a Distância

No século XIX, teve início a evolução da educação na modalidade a distância com a utilização do correio para enviar informações, transmitir instruções e receber dos alunos as respostas às lições propostas. Essa modalidade de educação tornou-se uma alternativa empregada em substituição à educação presencial.

Posteriormente, esse tipo de ensino foi utilizado para tornar a educação tradicional acessível às pessoas residentes em áreas isoladas ou àquelas que não tinham condições de cursar o ensino regular no período apropriado. Embora essa modalidade de educação

possa dificultar o estabelecimento de interrelações entre os professores e alunos, é necessário ressaltar a sua importância como política pública educacional.

Nesse sentido, essa política pública educacional procura atender uma crescente parcela da população brasileira que busca a formação inicial ou continuada, que tem como objetivo adquirir condições de competir no mercado de trabalho. Então, a educação a distância permite romper as distâncias relacionadas com o espaço e o tempo, viabilizando a interatividade e a disseminação de informações.

A educação na modalidade a distância vem ganhando espaço nas Universidades Federais brasileiras com a criação da *Universidade Aberta do Brasil* (UAB), com o Decreto 5.800 de 08 de Junho de 2006. O programa UAB é um projeto do Ministério da Educação (MEC) para a articulação e integração de um sistema nacional de instituições para o ensino superior a distância. Atualmente, a UAB prioriza a formação de educadores, pois essa política pública da educação estimula a articulação e a integração de um sistema nacional de educação superior, formado por instituições públicas de ensino superior, em parceria com estados e municípios brasileiros, utilizando a EaD para veiculação dos conteúdos dos diversos cursos (MIRANDA, 2008).

O sistema UAB é um grande empreendimento na área educacional que se encontra em um processo de expansão. Por exemplo, em 2001, essa modalidade de ensino matriculou 5.359 alunos, sendo que uma década depois, em 2010, possuía 930.179 alunos matriculados em seus cursos (ALONSO, 2013). Nesse direcionamento, a cada ano, novas instituições públicas de ensino superior e novos polos são agregados a essa rede de ensino, bem como novos cursos são oferecidos para os alunos dessa modalidade em todo o Brasil.

A Teoria da Mediação

A mediação pode ser investigada enquanto variável envolvida na construção do conhecimento matemático e geométrico dos alunos, pois é notada a influência do meio e de todos os seus instrumentos e artefatos no desenvolvimento, no comportamento e na ação dos professores, alunos e tutores na transformação do ambiente de aprendizagem a distância. Assim, enquanto sujeitos do conhecimento, as pessoas têm um acesso mediado aos objetos, como por exemplo, matemáticos e geométricos, por meio de recortes da realidade, que são operados pelos sistemas simbólicos que estão disponibilizados no ambiente (VYGOTSKY, 1987).

Nesse sentido, qualquer tipo de aprendizagem é necessariamente mediada, pois é na relação das pessoas com a sociedade que ocorre a transformação de seu meio para o atendimento de suas necessidades básicas. No decorrer desse processo, as pessoas também se transformam. Então, a mediação pode ser considerada como um pressuposto essencial para que se possa explicar o funcionamento das *funções psicológicas superiores* como o controle consciente do comportamento, a atenção e a memória voluntária, a memorização ativa, o pensamento abstrato, o raciocínio dedutivo e a capacidade de planejamento.

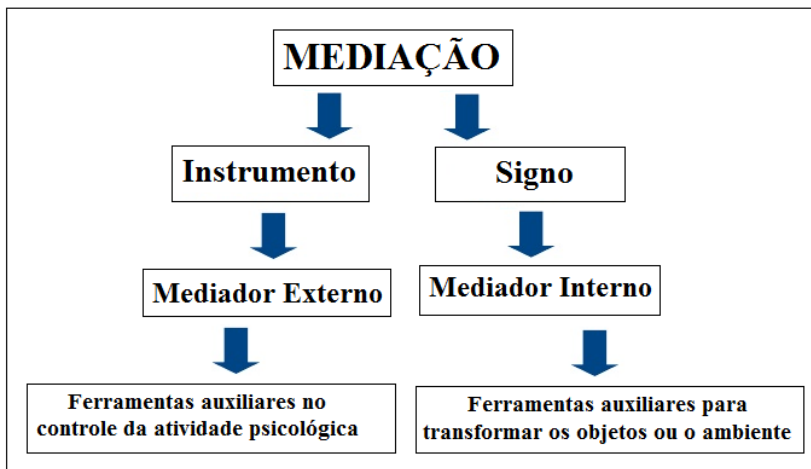
Essas funções ocorrem por meio de processos voluntários e ações conscientes a partir de uma auto-estimulação criada por uma nova situação enfrentada pelas pessoas, direcionando-as para o desenvolvimento de sua intelectualização por meio da aprendizagem. Por exemplo, a linguagem e a memória são características das funções psicológicas superiores presentes nas atividades realizadas no cotidiano, sendo construídas no decorrer da história sociocultural das pessoas (VYGOTSKY, 1989).

Ao nascerem, os indivíduos apresentam somente as *funções psicológicas elementares* como as reações automáticas, as ações reflexivas e a capacidade de realizar associações simples. Essas funções são controladas pelo meio, pois estão relacionadas com o os

estímulos e as resposta provenientes do ambiente. Assim, o comportamento é determinado pela estimulação do meio.

Porém, durante a convivência com os meios social e cultural, as pessoas aprendem e desenvolvem as suas funções psicológicas superiores por meio do relacionamento e da interação com outros indivíduos. Nesse sentido, a relação das pessoas com esses contextos para a realização das atividades diárias é mediada por meio de instrumentos técnicos e tecnológicos que são considerados como mediadores internos.

Esses mediadores funcionam como ferramentas auxiliares no controle da atividade psicológica e também por um sistema de signos que são considerados como mediadores internos que funcionam como ferramentas auxiliares utilizadas para transformar os objetos ou o ambiente. A figura abaixo mostra como ocorre o processo de mediação.



Então, a mediação pode ser definida como o processo de intervenção de um elemento intermediário em uma relação. Assim, a relação que era direta passa a ser mediada por esse elemento (OLIVEIRA, 2002). Diante dessa asserção, é necessário que o ambiente virtual de aprendizagem (AVA) possua ferramentas tecnológicas que possam atuar como mediadoras do processo de ensino e aprendizagem, pois esse meio (AVA) promove a comunicação e a interação entre os professores, os alunos, os tutores, os conteúdos curriculares e as ferramentas pedagógicas e metodológicas utilizadas nesse ambiente.

De acordo com essa perspectiva, o aprendizado é desencadeado por meio de ações concretizadas nas relações entre os indivíduos, cujas intermediações também podem ocorrer por meios virtuais. Então, é importante que em propostas construtivistas seja

desenvolvido o trabalho com os conteúdos curriculares a partir da mediação de instrumentos pedagógicos e tecnológicos que possam intervir academicamente nas atividades realizadas pelos alunos com o objetivo de atribuírem significados e contextos para os conteúdos a serem estudados.

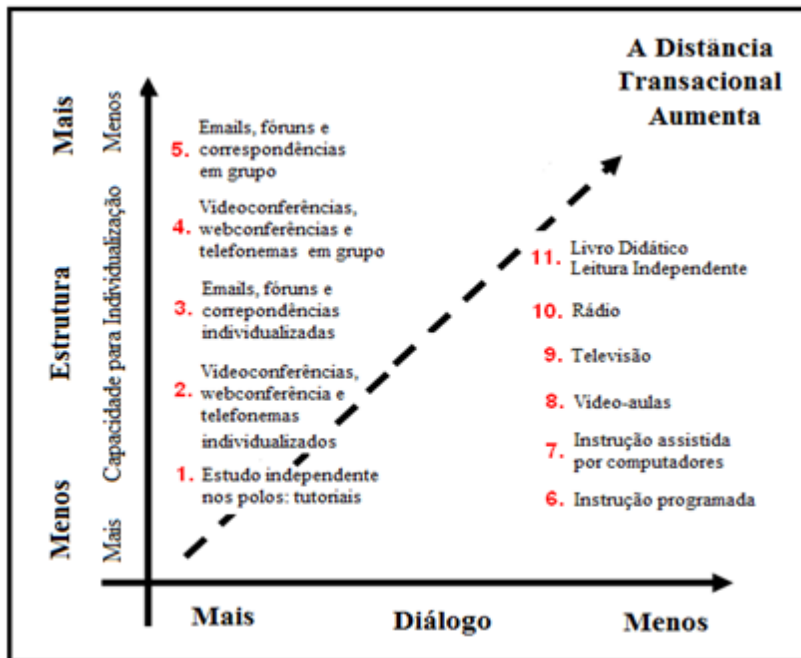
Assim, por meio do processo da mediação pedagógica estabelecida pelas tecnologias de informação e comunicação, os alunos podem se relacionar com os professores e tutores por meio do AVA, possibilitando, dessa maneira, a construção de seu conhecimento matemático e geométrico. Geralmente, a interação social ocorre por meio da utilização de materiais didáticos como os livros, as apostilas, as videoaulas, os fóruns de discussão e as vídeo e web conferências.

A Teoria da Interação e da Distância Transacional

Essas teorias procuram eliminar o hiato existente com relação à comunicação estabelecida entre os professores, os tutores e os alunos, que é causada pela distância geográfica. Nesse sentido, os alunos, professores e tutores estão locais diferentes durante todo ou grande parte do tempo em que aprendem e ensinam e se interagem com o auxílio de algum tipo de tecnologia (MOORE e KEARSLEY, 2007).

Atualmente, os estudos que envolvem as pesquisas e investigações em educação a distância estão direcionados para pesquisar as mídias de comunicação e softwares. Nesse direcionamento, as novas ferramentas tecnológicas de aprendizagem devem ser utilizadas em sala de aula, como, por exemplo, o emprego do GeoGebra em aulas de Geometria Plana, em cursos nos quais essa disciplina integra o currículo matemático.

A utilização dessas ferramentas tecnológicas visa diminuir a distância transacional, que se refere ao espaço psicológico e comunicativo que separa os professores, tutores e alunos das transações de ensino desencadeadas nessa modalidade educacional, que podem ocorrer em situações estruturadas ou planejadas de aprendizagem. A diminuição ou o aumento da distância transacional depende do diálogo, da estrutura da disciplina, do curso ou do programa e da autonomia dos alunos (MOORE, 2007).



Essas relações mostram que, por meio da manipulação das mídias de comunicação, é possível aumentar a ocorrência do diálogo entre os professores, alunos e tutores para reduzir a distância transacional entre essas pessoas.

Por outro lado, quando uma disciplina, um curso ou um programa de ensino é altamente estruturado e o diálogo entre os professores, os alunos e os tutores é praticamente inexistente, a distância transacional entre essas pessoas é alta. Entretanto, a distância transacional é baixa nos programas educacionais que possibilitam a ocorrência de muitos diálogos com uma estrutura pré-determinada mínima.

Assim, a utilização das tecnologias da informação e comunicação na estruturação de cursos prioriza o processo educacional interativo e centrado nos alunos. Nesse processo educacional, a distância transacional é considerada como um fenômeno pedagógico e não apenas uma questão geográfica, pois procura investigar a influência que essa distância exerce no ensino e aprendizagem dos conteúdos das disciplinas da matriz curricular, na elaboração curricular e na organização e gerenciamento do programa educacional (MOORE e KEARSLEY, 2007).

Atividades Realizadas com Conteúdos da Geometria Plana Desenvolvidas no Software GeoGebra

Para um melhor entendimento sobre como desenvolver atividades que envolvam conteúdos da Geometria Plana Euclidiana com a utilização do software GeoGebra, foram selecionadas uma aula de construção e três de demonstração geométrica, além de 6 (seis) atividades que você pode propor para os alunos para facilitar o desenvolvimento de conteúdos geométricos relacionados com construção de triângulos, ângulos opostos pelo vértice, teorema do ângulo externo e retas paralelas cortadas por uma transversal.

Aula 1

Proposição 1 do Livro 1 de Euclides

Construção de um Triângulo Equilátero sobre uma Reta Limitada *Dada*

Seja dado o segmento de reta AB , que é considerado como a reta limitada AB .



Dica 4

Você deverá instruir os alunos a criarem dois pontos e, em seguida, o segmento de reta que passe pelos pontos.

Em seguida, traçam-se dois círculos, BCD e ACE , de maneira que o primeiro tenha centro em A e o segundo tenha centro em B .

Dica 5

Para construir o círculo BCD , você deve selecionar a ferramenta "círculo dados o centro e o raio", em seguida clica no centro A e no ponto B . Repita o processo para a criação do círculo ACE , com centro B e ponto A .

O ponto C é um dos pontos no qual os círculos se cortam. Traçam-se as retas AB , AC e CB .

Lembrete 5

O segmento AB torna-se raio dos dois círculos.

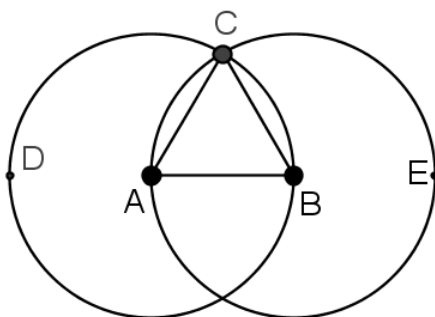
Lembrete 6

Para criar o ponto C , deve-se usar a ferramenta "interseção de dois objetos".

Sendo A o centro do círculo BCD , tem-se que AC é igual a AB , pois ambos são raios do desse círculo, assim como, sendo B centro do círculo ACE , BC é igual a AB , pelo mesmo motivo. Logo AB , AC e BC são segmentos iguais.

Curiosidade

O termo igual, conforme escrito no livro "*Os Elementos*" significa ter a mesma medida, ou seja, ser congruente.



Portanto o triângulo ABC é equilátero, pois possui os três lados iguais.

Aula 2

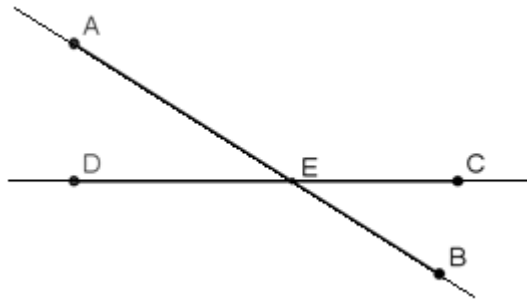
Demonstração da Proposição 15 do Livro 1 de Os Elementos de Euclides

Caso duas retas se cortem, os ângulos formados no vértice E são iguais entre si

Os alunos devem interceptar as retas AB e CD no ponto E .

Dica 6

Primeiro, deverão ser criados quatro pontos (A, B, C e D) com a intenção que sejam vértices de segmentos concorrentes. Em seguida, criam-se os segmentos AB e CD que se cortam no ponto E (use a ferramenta interseção de dois objetos).



Dessa maneira, pretende-se mostrar que o ângulo AEC é igual ao ângulo DEB , bem como o ângulo CEB é igual ao ângulo AED .

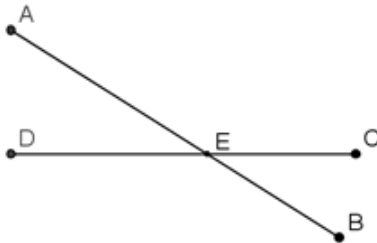
Dica 7

Os alunos devem utilizar a ferramenta ângulo para fazer essa demonstração.

Lembrete 7

Para criar o ângulo $\hat{A}\hat{E}C$ você deve selecionar a ferramenta "ângulo", e em seguida, clicar nos pontos C, E e A nessa ordem, usando os pontos da direita para a esquerda sempre. Se começar pelo ponto A, aparecerá o suplemento do ângulo desejado. Verifique com seus alunos.

Observando a figura abaixo na qual estão representadas apenas partes da reta (segmentos), por meio de operações realizadas no GeoGebra, pode-se verificar que a soma dos ângulos $\hat{A}\hat{E}C$ e $\hat{A}\hat{E}D$, bem como a soma dos ângulos $\hat{A}\hat{E}D$ e $\hat{D}\hat{E}B$ também é igual a soma de dois ângulos retos, isto é, 180° .



Assim, tem-se que:

$$I - \hat{A}\hat{E}C + \hat{A}\hat{E}D = 180^\circ$$

$$II - \hat{A}\hat{E}D + \hat{D}\hat{E}B = 180^\circ$$

Subtraindo a equação II da equação I, tem-se que:

$$\hat{A}\hat{E}C - \hat{D}\hat{E}B = 0$$

Logo, tem-se que $\hat{A}\hat{E}C = \hat{D}\hat{E}B$.

Pelo mesmo raciocínio, tem-se que $\hat{A}\hat{E}D = \hat{C}\hat{E}B$.

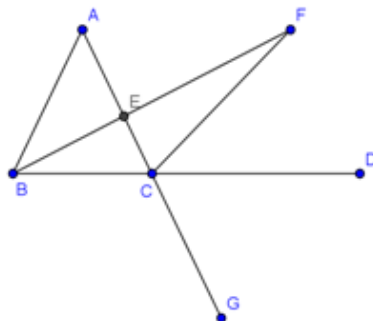
Dica 8

À partir dessa demonstração, sugira aos alunos que façam duas retas paralelas cortadas por uma transversal e analisem os 8 ângulos que surgem.

Aula 3

Demonstração da Proposição 16 do Livro 1 de Euclides

Ao prolongarmos um dos lados de um triângulo qualquer, o ângulo exterior é maior do que cada um dos interiores e opostos



Cria-se o ponto E que divide o segmento AC e BF em duas partes iguais. O ângulo $\widehat{A\hat{E}B}$ é igual ao ângulo $\widehat{F\hat{E}C}$, pois são opostos pelo vértice como visto na aula 2.

Lembrete 8

Uma demonstração da Geometria Plana Euclidiana normalmente usa conclusões de uma ou mais das construções ou demonstrações realizadas anteriormente.

Dica 9

Criam-se primeiro os pontos A, B, C, D e G . Em seguida, criam-se os segmentos AB, AG e BD . Use, então a ferramenta "Ponto médio ou centro" para criar o ponto E . Para criar o ponto F , use a ferramenta "Segmento de reta dado o seu comprimento a partir de um ponto dado".

Conclui-se, então, que o triângulo AEB é congruente ao triângulo FEC . Logo, $AB = FC$ e $\widehat{E\hat{F}C} = \widehat{E\hat{A}B}, \widehat{B\hat{A}C} = \widehat{B\hat{F}C}$.

O ângulo externo ao triângulo ABC é o ângulo ACD , que é maior que o ângulo BAC e que o ângulo ABC .

Então, tem-se que:

$$I - \hat{A}CB + \hat{B}AC + \hat{A}BC = 180^{\circ}$$

$$II - \hat{A}CB + \hat{A}CD = 180^{\circ}$$

Subtraindo a equação II da I, tem-se que:

$$\hat{B}AC + \hat{A}BC - \hat{A}CD = 0$$

Logo, tem-se o Teorema do Ângulo Externo.

$$\hat{A}CD = \hat{A}BC + \hat{B}AC$$

Dica 10

Sugira aos alunos que desenhem todos os ângulos internos e externos do triângulo para visualizar melhor a demonstração.

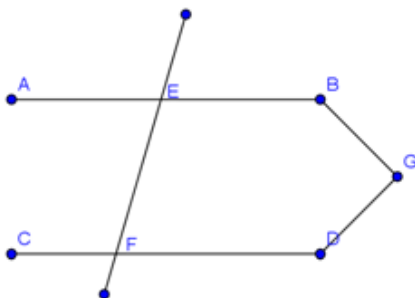
Lembrete 9

Após a construção da figura, você pode utilizar a ferramenta "Mover", clicar em um dos vértices do triângulo e, segurando o botão esquerdo do mouse arrastá-lo para uma outra posição. Assim, você pode verificar que o teorema vale para qualquer triângulo.

Aula 4

Proposição 27 do Livro 1 de Euclides

Caso uma reta intercepte duas retas fazendo os ângulos alternos iguais entre si, as retas serão paralelas entre si



Sendo os ângulos AEF e EFD alternos iguais entre si, então se tem que $AB \parallel CD$, pois caso essas retas não fossem paralelas, ao serem prolongadas se encontrariam em algum ponto, como, por exemplo, o ponto G .

Dica 11

Para construir a figura, criam-se primeiro os pontos e depois os segmentos.

Nesse caso, o \widehat{AEF} , exterior ao triângulo GEF é igual ao \widehat{EFG} , o que é impossível ocorrer de acordo com a demonstração da aula 3.

Conclui-se, portanto, que quando os ângulos alternos internos são iguais, as retas cortadas pela transversal são paralelas.

Dica 12

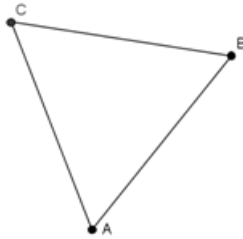
Construa, junto aos seus alunos, os ângulos dessa figura para verificação das congruências. Aproveite essa demonstração para trabalhar o conteúdo "Ângulos formados quando uma transversal corta duas retas paralelas".

Proposição de atividades para facilitar o desenvolvimento de determinados conteúdos geométricos

Nesse momento são apresentadas algumas atividades relacionadas com a construção de triângulos, ângulos opostos pelo vértice, teorema do ângulo externo e retas paralelas cortadas por uma transversal.

Atividade 1: Construindo uma praça triangular regular

Uma determinada praça na cidade de Ouro Preto tem o formato triangular conforme mostra a figura abaixo.



Sabe-se que todos os lados desse triângulo são congruentes. De acordo com essas informações:

- a) Construa, utilizando o software GeoGebra, um esboço dessa praça.
- b) Verifique se os ângulos do triângulo são iguais.

Dica 13

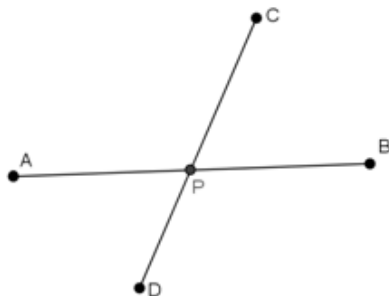
Utilize os procedimentos desenvolvidos na aula 1 para a realização dessa atividade.

Lembrete 11

Use a ferramenta "Ângulo" para a construção dos ângulos internos do triângulo.

Atividade 2: Determinando ângulos entre duas avenidas

Duas avenidas cortam-se em um ponto P , conforme mostra a figura abaixo. Sabendo-se que a soma dos ângulos APC com BPD é igual a 260° , determinar o ângulo APD .



Dica 14

Utilize os procedimentos da aula 2 para a realização dessa atividade.

Atividade 3: Retas paralelas cortadas por uma transversal

Considerando-se as ruas Rio de Janeiro, São Paulo e Espírito Santo e a Avenida Afonso Pena que ficam em Belo Horizonte, no centro da capital de Minas Gerais, pode-se dizer que estas ruas são paralelas e a Avenida é uma transversal que corta elas.

Dica 15

Utilize os procedimentos da aula 4 para desenvolver essa atividade.

- a) Faça uma representação da situação acima no software GeoGebra.
- b) Determine todos os ângulos congruentes e suplementares.

Lembrete 12
Ângulos suplementares são aqueles cuja soma é igual a 180 graus.

Atividade 4: A planta de um campo de futebol

Pela segunda vez, a Copa do Mundo foi sediada pelo Brasil. Quando se pensa em Copa do Mundo, tem-se o campo de futebol como o palco do espetáculo. Faça uma planta de um campo de futebol utilizando o software GeoGebra, explicitando as figuras geométricas que foram construídas.

Dica 16
Sugira que cada um dos seus alunos construa o seu desenho utilizando as ferramentas do GeoGebra. Você pode usar as ideias de semelhança entre figuras no contexto dessa questão.

Atividade 5: Mediando o conhecimento geométrico pelo GeoGebra

Explique a seguinte afirmativa: *O software GeoGebra pode ser considerado como uma ferramenta de mediação do ensino e aprendizagem da Geometria Plana.* Ilustre uma situação que descreva a afirmativa acima.

Dica 17

Essa atividade é livre. O aluno deverá desenvolver qualquer raciocínio geométrico utilizando o software dinâmico GeoGebra.

Atividade 6: Explicando o ângulo externo de um triângulo

Explique porque o ângulo externo a um triângulo qualquer tem a mesma medida que os ângulos internos desse triângulo que não sejam o adjacente ao ângulo externo. Faça uma representação da sua explicação no software livre GeoGebra.

Dica 18

Utilize os procedimentos desenvolvidos na aula 3 para a realização dessa atividade.

Finalizando a nossa conversa...

Esse caderno de sugestões procurou mostrar a utilização do software GeoGebra com relação ao desenvolvimento de construções e demonstrações realizadas por Euclides, além de atividades

contextualizadas a respeito dessas proposições. No entanto, você pode utilizar todas as outras proposições constantes nos 6 primeiros livros do Euclides para estudar os conteúdos da Geometria Plana e elaborar atividades que estejam relacionadas com o interesse, a motivação e a realidade dos seus alunos. Por outro lado, o emprego da tecnologia de uma maneira planejada com foco na qualidade de atendimento aos alunos e no resultado de aprendizagem torna-se um procedimento pertinente para promover qualidade nos cursos de graduação, pois os processos de comunicação e interação são fatores primordiais da modalidade de ensino a distância, que são mediados por recursos tecnológicos.

No contexto do ensino na modalidade a distância, existe a necessidade de diminuir a distância física e temporal existente entre os alunos, professores e tutores, pois essa separação pode influenciar o ensino e a aprendizagem de conteúdos curriculares. Nessa perspectiva, a distância transacional pode ser considerada como um espaço psicológico e comunicacional que dificulta o desencadeamento do processo educacional. Contudo, por meio da manipulação dos meios de comunicação, é possível ampliar o diálogo entre os alunos, os professores e os tutores para reduzir essa distância. Assim, o sucesso do ensino a distância depende da criação de oportunidades para a realização do diálogo, bem como da elaboração de materiais didáticos, pedagógicos e da utilização de

ferramentas tecnológicas adequadamente estruturadas para o ambiente virtual de aprendizagem (AVA).

Dessa maneira, a presença da geometria nos fenômenos que ocorrem no cotidiano também deve ser reconhecida, pois existe a necessidade de conectá-la com os acontecimentos da vida diária por meio da utilização de representações geométricas com o emprego do software GeoGebra. Contudo, para que essa conexão seja realizada, é importante a utilização dos instrumentos tecnológicos para mediar as representações geométricas desses fenômenos. Assim, o software GeoGebra para o ensino de conteúdos geométricos pode ser considerado como uma ferramenta tecnológica mediadora da aprendizagem desses conteúdos, que é desencadeada entre os professores, os alunos e os tutores presenciais e a distância no ambiente virtual de aprendizagem AVA.

Referências

- ALONSO, K. M. A Expansão da EAD no Brasil: reflexos sobre sua institucionalização. In: FIDALGO, F. S. R.; CORRADI, W. J.; LIMA, R. N. S., FAVACHO, A.; ARRUDA, E. P. (Eds.). *Educação a distância: meios, atores e processos*. Belo Horizonte, MG: CAED-UFMG, 2013. pp. 131-142.
- BICUDO, I. *Os Elementos: Euclides*. São Paulo, SP: Editora UNESP, 2009.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. Brasília, DF: MEC /SEF, 1998.

BRASIL. *Programa nacional do livro didático: guia de livros didáticos de 5ª a 8ª série*. Brasília, DF: MEC/SEF, 2002.

CENPEC. *Oficinas de matemática e de leitura e escrita*. São Paulo, SP: Summus, 2002.

CRESWELL, J. W. PLANO CLARK, Vick L. *Designing and conducting mixed-methods research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publication, 2007.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Tradução de Higyno H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

FIORENTINI, D. Grupo de sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática. In: FIORENTINI, D.; CRISTÓVÃO, E. M. (Org.). *Histórias e investigação de/em aulas de matemática*. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006. p. 13–36.

GRAVINA, M. A. SANTAROSA, L. M. *A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados*. In: Anais do IV Congresso RIBIE, 1998.

KEEGAN, D. *The future of learning: from e.learning to m.learning*. Hagen: Fern Universität, Gesamthochschule. 2002.

LORENZATO, S. *Por que não ensinar Geometria?* Educação Matemática em Revista. São Paulo, SP, v. 4, p. 3-13, 1995.

MIRANDA, G. Q. *MEC-UAB: Programa da universidade aberta do Brasil*. Trabalho apresentado no V Simpósio Internacional: O Estado e as Políticas Educacionais no Tempo Presente realizado na Universidade Federal de Uberlândia de 06 a 08 de Dezembro de 2008. Uberlândia, MG: UFU. Disponível em <www.simpósioestadopolíticas.ufu.br>. Acesso em 15 de Setembro de 2013.

MOORE, M., G. The theory of transactional distance. In M. G. MOORE (Ed.). *Handbook of distance education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2007. pp. 89-105.

MOORE, M.; KEARSLEY, G. *Educação a distância: uma visão integrada*. Tradução Roberto Galman. São Paulo, SP: Thomson Learning, 2007.

MORAIS, R. G. *Geometria dinâmica como alternativa metodológica para o ensino de geometria: experiência em um curso de licenciatura em matemática*. 122 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Vassouras, RJ: Universidade Severino Sombra, 2012.

NOTARE, M. R. *Um sistema para aprendizagem de demonstrações dedutivas em geometria euclidiana*. 124 f. Dissertação de Mestrado. Porto Alegre, RS: UFRS, 2001.

OLIVEIRA, M. K. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico*. São Paulo, SP: Editora Scipione, 2002.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo, SP
Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente: o desenvolvimento
dos processos psicológicos superiores*. São Paulo, SP: Martins, 1989.