

Roseana Moreira de Figueiredo Coelho

**FILMES NAS AULAS DE MATEMÁTICA: UMA
EXPERIÊNCIA COM A ANÁLISE COMBINATÓRIA**

OURO PRETO

2015

Roseana Moreira de Figueiredo Coelho

**FILMES NAS AULAS DE MATEMÁTICA: UMA
EXPERIÊNCIA COM A ANÁLISE COMBINATÓRIA**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à obtenção do Título de Mestre em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, sob orientação da Prof. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana

Ouro Preto

2015

C672f Coelho, Roseana Moreira de Figueiredo.
Filmes nas aulas de Matemática [manuscrito]: uma experiência com a
Análise Combinatória / Roseana Moreira de Figueiredo Coelho. - 2015.
40f.:

Orientadora: Profa. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana.

Produto Educacional do Mestrado Profissional em Educação Matemática
da Universidade Federal de Ouro Preto.

1. Cinema na Educação. 2. Ensino - Meios auxiliares. 3. Matemática -
Estudo e ensino. I. Viana, Marger da Conceição Ventura. II. Universidade
Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 519.1:37.0

SUMÁRIO

Apresentação	05
Introdução	07
1. História do cinema e tentativa de inserção na educação	08
1.1. Origens do cinema	08
1.2. O cinema no Brasil	09
1.3. Tentativas de inserção do cinema no contexto escolar	11
2. O papel do cinema na educação e sua importância como ferramenta educativa	13
2.1. Como utilizar o cinema na sala de aula	14
3. Alguns conceitos matemáticos presentes no filme Quebrando a Banca	16
4. Atividades propostas	19
4.1. Atividade 1: Exibição do filme “Quebrando a banca”	19
4.2. Atividade 2: Jogando <i>Blackjack</i>	19
4.3. Atividade 3: Analisando jogadas	21
4.4. Atividade 4: Mudando as regras do jogo	29
4.5. Atividade 5: Praticando a Análise Combinatória	32
Referências Bibliográficas	37
Apêndices	38

Apresentação

Caro (a) Professor (a),

Iniciei minha carreira docente para alunos da 1ª série do Ensino Médio em 2010. Nos anos seguintes assumi turmas dos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental e posteriormente iniciei minha carreira no Ensino Superior, segmento este dedicado por mim atualmente.

O trabalho aqui apresentado provém de uma pesquisa realizada entre os anos de 2013 a 2015 com uma turma da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública de Ouro Preto (MG).

Este produto é um recorte de minha dissertação de mestrado profissional em Educação Matemática, intitulada “A utilização do cinema nas aulas de matemática: uma experiência com alunos do Ensino Médio de Ouro Preto (MG)”, concluída e defendida em agosto de 2015, na Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP.

Dessa forma, este produto possui o formato de um caderno de sugestões para os professores que queiram experimentar as atividades realizadas durante minha pesquisa. Início este produto discorrendo brevemente sobre a história do cinema e como ele foi se inserindo no cenário educacional.

Na sequência, um capítulo é dedicado ao papel do cinema utilizado no ensino e sua importância como ferramenta educativa, e outro se refere ao filme utilizado nesta pesquisa cujo título é: “Quebrando a Banca”.

O caminho percorrido na pesquisa é apresentado no desenvolver do produto para que o leitor tenha mais clareza de como foram realizadas as cinco atividades que estão descritas. Vale ressaltar que haverá caixas de textos contendo lembretes e sugestões à medida que se faz necessário um diálogo entre pesquisadora e leitor.

Os leitores que estiverem interessados em ler a pesquisa completa, poderão acessá-la na página do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática por meio do link <http://www.ppgedmat.ufop.br>, podendo também entrar em contato com a pesquisadora através do endereço eletrônico.

Salienta-se também que as atividades aqui apresentadas são apenas sugestões para o professor experimentar em sala de aula, podendo sofrer adaptações de acordo com as peculiaridades da classe em que a atividade será aplicada. Espera-se que sirva também de

estímulo para que os professores se arrisquem a utilizar o cinema como ferramenta de ensino para outros conteúdos além da Análise Combinatória.

Roseana Moreira de Figueiredo Coelho

roseanamfcoelho@gmail.com

Introdução

O despertar para a escolha da Matemática para cursar no ensino superior se deu desde quando a eu cursava o Ensino Médio, de 2003 a 2005, tendo ingressado no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto em 2006. Durante a graduação meu contato com a futura profissão foi se aprofundando, com a participação em um grupo de trabalho com alunos das escolas estaduais de Ouro Preto e Mariana, denominado Programa de Estímulo à Docência (PED) e ao lecionar aulas particulares de Matemática para crianças do Ensino Fundamental e do Médio. Participei também de grupos de pesquisas sobre o ensino de Matemática com o auxílio de materiais que tornassem a aprendizagem prazerosa e significativa para o aluno e também para o professor. Estes meios de ensino eram materiais concretos tais como o Tangram e o Geoplano, além de jogos e outras atividades.

Em 2008, participei de um projeto que tinha como tema principal a utilização do cinema nas aulas de matemática. Este projeto fazia parte do Programa Pró-Ativa da Pró-Reitoria de Graduação (PROGRAD) da UFOP, coordenado por uma professora do Departamento de Matemática (DEMAT) do Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB). A partir daí a questão de investigação começou a ser gestada, pois pairava uma dúvida se de fato era possível utilizar o cinema para a aprendizagem de Matemática e como isto poderia ser feito. Mais adiante, em 2013, tendo ingressado no programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática surgiu a oportunidade de realizar um estudo com o objetivo de dar respostas às indagações sobre o uso do cinema nas aulas de matemática para alunos dos ensinos Fundamental e Médio.

Para isso, formulou-se o problema de pesquisa representado por meio da seguinte questão: *Quais contribuições o cinema, enquanto ferramenta educativa, pode oferecer ao processo de ensino e aprendizagem de matemática?*

Como resultado desta pesquisa foi apresentado uma dissertação contendo a pesquisa completa, e este produto educacional, cujo principal objetivo é divulgar o estudo realizado na elaboração desta dissertação, para o professor de matemática que desejar utilizar filmes em suas aulas podendo experimentar em sua prática pedagógica as atividades, elaboradas, realizadas e apresentadas nesta investigação, podendo também avançar na utilização deste meio de ensino.

1. História do cinema e tentativa de inserção na educação

1.1. Origens do cinema

Estabelecer marcos históricos para a invenção do cinema é uma tarefa arriscada que exige cuidados quanto à afirmação do registro de certas patentes, pois segundo Sadoul (1963) o cinema é uma evolução da arte que surge desde a fotografia até as tecnologias avançadas (hoje empregadas).

A criação do cinema foi possível a partir da criação da fotografia, ferramenta indispensável do cinema. As tentativas de reprodução do movimento tiveram início em 1829 com Joseph Plateau. Suas pesquisas resultaram na construção do Fenaquistiscópio, um disco de papelão dentado que, ao ser girado, reproduzia o movimento.

Na sequência, em 1834, o inglês Will George Horner reinventou o Fenaquistiscópio de Plateau a que denominou de Zootrópio.



Fonte: Disponível em <https://goo.gl/RaWD11> em 02/06/2015



Fonte: Disponível em <http://goo.gl/FyKeVp> em 2/6/2015

Revólver Fotográfico. Em 1882 foi aperfeiçoado por Marey que o rebatizou como Fuzil Fotográfico. Em outubro de 1882 Marey usando o Cronofotógrafo (uma nova invenção) apresentou à Academia de Ciências as primeiras filmagens sobre película.

As primeiras “filmagens” foram feitas em 1872, em São Francisco Califórnia USA, pelo fotógrafo inglês Edward Muybridge que experimentou o Zoopraxinoscópio (desenvolvimento do Zootrópio de Horner) para provar para um milionário americano (ganhar uma aposta que fizera) que enquanto o cavalo galopa, há um momento em que suas quatro patas ficam no ar.

Ainda segundo Sadoul (1963), após a experiência da corrida de cavalos, em 1876, Janssen inventou o



Fonte: Disponível em <http://goo.gl/NR6PUe> em 2/6/2015

Dando sequência, o americano Thomas Alva Edison, reconhecido mundialmente pela invenção da lâmpada elétrica incandescente em 1878, desenvolvia com o auxílio do escocês William Kennedy Dickson, o filme de celulóide e um aparelho para a visão individual de filmes chamado Cinetoscópio que consistia, em uma caixa movida à eletricidade que continha a película inventada por Dickson, mas com funções limitadas, mas que não projetava o filme.

Edison retomou suas pesquisas sobre o dispositivo de Marey, criou e pôs a venda em 1894, os Quinestoscópios que, segundo Sadoul (1963), eram “aparelhos constituídos por grandes caixas contendo filmes perfurados, de 50 pés, vistos com lunetas. Imediatamente em todos os países do mundo dezenas de inventores tentaram projetar esses filmes em telas” (SADOUL, 1963, p. 13).

A partir do Quinestoscópio desenvolvido por Edison, várias foram as tentativas de reprodução de cinema pelo mundo, mas os Irmãos Auguste e Louis Lumière sobressaíram-se nesta empreitada.

O Cinematógrafo inventado pelos irmãos Lumière era um aparelho que consistia em uma máquina de filmar, revelar e projetar, um “aparelho muito superior aos de todos os seus concorrentes. Sua perfeição técnica e a sensacional novidade dos assuntos dos filmes asseguraram-lhe um trunfo universal” (SADOUL, 1963, p. 14). Dessa forma e com sua evolução ao longo dos tempos criou-se a sétima arte conhecida como o cinema.

1.2. O cinema no Brasil

No Brasil, a novidade cinematográfica chegou cedo, em de julho de 1896, sete meses após a histórica exibição dos irmãos Lumière em Paris. No ano seguinte, a novidade foi apresentada inúmeras vezes nos centros de diversão da capital e, em 1898, foram realizadas as primeiras filmagens (VIANA e TEIXEIRA, 2009; VIANA, 2011).

Devido a energia elétrica ter chegado industrialmente ao Rio de Janeiro somente em 1907, o comércio cinematográfico floresceu, quase que exclusivamente, graças a estrangeiros com experiência na área cinematográfica trazida de seus países de origem (VIANA e TEIXEIRA, 2009).

Na década de 30 do século XX, surgiram as primeiras indústrias cinematográficas nacionais. Formaram-se o chamado ciclo de Cataguases de Humberto Mauro e a PheboFilms. Os

primeiros clássicos do cinema mudo brasileiro alcançaram êxito e aceitação de grande parte da população.

De acordo com Miucci (s/d) apud Viana e Teixeira (2009) e Leite (2005), Adhemar Gonzaga criou a companhia Cinédia, produtora que “nasceu com o objetivo de promover a atualização técnica e estética do cinema brasileiro, elevando as produções brasileiras ao padrão dos filmes estrangeiros, notadamente as produções hollywoodianas” (LEITE, 2005, p. 66).

A produção em larga escala de filmes comerciais se iniciou no Brasil nos anos 40 do século XX, com a criação da Indústria Atlântida Cinematográfica (Atlântida), fundada em 1941. Esta companhia consolidou-se como a maior produtora brasileira de 1943 a 1947, produzindo 12 filmes, dos se destacam “Gente honesta” e “Tristezas não pagam dívidas” (VIANA e TEIXEIRA, 2009). Assim, de acordo com Leite (2005), “o grupo que fundou a Atlântida era composto por profissionais com grande experiência na área cinematográfica” (LEITE, 2005, p. 69), contribuindo assim para o êxito da companhia.

A vida de Grande Otelo foi reproduzida em um filme produzido na Atlântida, em 1934, segundo Leite (2005), na película *Moleque Tião*. Com isso, “esse filme trouxe uma nova perspectiva no debate sobre a indústria cinematográfica no Brasil, isto é, a possibilidade de conseguir a qualidade desejada, porém com baixos custos de produção” (LEITE, 2005, p. 70).

O declínio da Atlântida se deu, segundo Leite (2005), devido à falta de interesse pelo público das piadas e performances circenses, além de que “os filmes da Atlântida foram perdendo, pouco a pouco, espectadores para a grande novidade dos anos 1950: a televisão” (LEITE, 2005, p. 74), dando lugar à recém-criada Companhia Cinematográfica Vera Cruz.

A Companhia Cinematográfica Vera Cruz veio com o objetivo de abandonar o gênero cômico, isto é, as chanchadas da década de 40. O primeiro filme da Companhia foi *Caiçara*, lançado em 1950, com prenúncio de um cinema brasileiro de qualidade.

Lançada a cinematografia brasileira a partir do aparelho vindo da Europa e após a criação e declínio das indústrias cinematográficas brasileiras, o Brasil viu delinear a sua história cinematográfica.

1.3. Tentativas de inserção do cinema no contexto escolar

No Brasil, nos princípios do Século XX, o cinema estava incluído na reorganização do ensino, pois em 1928 a Reforma de Francisco de Azevedo incluía o cinema educativo na reorganização do ensino, o que pode indicar ser o cinema considerado meio auxiliar do processo de ensino e aprendizagem (Viana, 2009).

Em 1930 Jônatas Serrano e Francisco Venâncio Filho, publicaram o livro *Cinema e Educação*. Em São Paulo, o Serviço de Rádio e Cinema Educativo foi instituído pelo Código da Educação em 1933, cujo artigo 133 tratava da instalação de aparelhos de cinematografia, nas escolas (SIMIS, 1996).

Em 1937 o governo brasileiro, representado por Getúlio Vargas, incentivou a produção cinematográfica no país criando o Instituto Nacional de Cinema Educativo – INCE –, cujo objetivo era, segundo Duarte (2002), incentivar a produção e exibição de filmes com temáticas nacionais, e orientar a utilização destes como auxiliar no ensino, voltando este instrumento para a educação popular.

De acordo com Leite (2005), Vargas foi considerado o “pai do cinema brasileiro”, pois antes da criação do INCE, em seu governo foi implementada em 1932, a lei de obrigatoriedade de exibição de filmes nacionais nas escolas.

Segundo Machado (2002) o projeto do INCE foi implantado apenas na cidade do Rio de Janeiro e os filmes utilizados apenas para cumprir a legislação ou por modismos sendo deixados de lado. Com isso, o projeto não conseguiu influenciar na transformação da estrutura educacional do Brasil e não teve continuidade. O INCE encerrou suas atividades em 1966 (VIANA, 2011).

Na atualidade novos estudos sobre o cinema nas escolas tem sido realizados, a exemplo de Lopes (2013) que afirma:

A introdução da linguagem cinematográfica nas escolas possibilitará uma nova dimensão ao espaço mental dos alunos. Daí necessidade de existir uma aprendizagem do cinema no campo educacional, uma verdadeira alfabetização cinematográfica. Esta alfabetização deveria começar logo no ensino fundamental, mas nunca é tarde para que ela possa ser introduzida em níveis mais elevados do sistema educacional. (LOPES, 2013, p. 8).

É o que regulamenta a emenda à legislação do ensino, isto é, a Lei nº 13.006 de 26 de Junho de 2014 que acrescenta o § 8º ao art. 26 da Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para obrigar a exibição de filmes de produção nacional nas escolas de educação básica:

Quadro 1 – Lei nº 13.006 de 26 de Junho de 2014

A PRESIDENTA DA REPÚBLICA

Faço saber que o Congresso Nacional decreta e eu sanciono a seguinte Lei:

Art. 1º O art. 26 da Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, passa a vigorar acrescido do seguinte § 8º:

“Art.26.

§ 8º A exibição de filmes de produção nacional constituirá componente curricular complementar integrado à proposta pedagógica da escola, sendo a sua exibição obrigatória por, no mínimo, 2 (duas) horas mensais.” (NR)

Art. 2º Esta Lei entra em vigor na data de sua publicação.

Brasília, 26 de junho de 2014; 193º da Independência e 126º da República.

DILMA ROUSSEFF

José Henrique Paim Fernandes

Fonte: Diário Oficial da União de 26/06/2014.

2. O papel do cinema na educação e sua importância como ferramenta educativa

A educação está passando por uma fase em que o professor deve desdobrar atenção e esforços para atingir seu objetivo, levando em consideração os variados ambientes de aprendizagem oferecidos aos alunos, pois a educação que é ministrada no interior da escola é vista como

apenas uma das muitas formas de socialização de indivíduos humanos, como um entre muitos modos de transmissão e produção de conhecimento, de constituição de padrões éticos, de valores morais e competências profissionais (DUARTE, 2002, p. 17).

Assim, para obter sucesso no processo de ensino e aprendizagem o professor tem que lançar mão de diferentes métodos que exigem a inserção de meios de ensino diferentes do antigo quadro e giz, mais atrativos de acordo com o contexto, como por exemplo, o cinema.

Nesse sentido, um desafio encontrado pelo professor é a de adequar o conteúdo a ser ensinado ao filme e vice e versa, de forma produtiva e significativa, e ainda desenvolver atividades para articular o conteúdo. Certamente haverá conteúdo para o qual não se encontre filme que se adéque a ele e haverá filme que sirva a vários conteúdos (VIANA, 2009a, 2010).

O uso do cinema como meio de ensino pode contribuir para agregar nos estudantes, como futuros cidadãos atuantes, valores como o respeito, a amizade, a honestidade, a pontualidade, entre outros temas comumente abordados em produções cinematográficas (ALENCAR, 2007).

Sobre o uso do cinema, enquanto meio de ensino, Machado (2002), em seu estudo concluiu ser comum nas escolas brasileiras transportar imagens em movimento do ambiente extra escolar para o escolar, havendo forte inserção das novas tecnologias da informação e comunicação nas escolas.

Redes telemáticas, aparatos multimídia, cinema, vídeo, entre outros meios, são canais privilegiados onde a imagem ocupa um lugar decisivo no processo de apropriação da mensagem pelo receptor” (MACHADO, 2002, p. 14, tradução da pesquisadora).

De fato, o cinema está inserido na realidade dos alunos. É um momento propiciado pelos canais abertos, pela disponibilidade de filmes nas vídeo-locadoras e também em sites da internet para ver online. (DUARTE, 2002; MACHADO, 2002; VIANA, 2009).

Assim, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), é necessário que os alunos “dominem os conhecimentos de que necessitam para crescerem como cidadãos plenamente reconhecidos e conscientes de seu papel em nossa sociedade” (BRASIL, 1997, p. 4). No entanto esse objetivo somente será alcançado se lhes forem oferecidos “pleno acesso aos recursos culturais relevantes para a conquista de sua cidadania” (BRASIL, 1997, p. 4), para o qual o cinema pode contribuir.

De acordo com Napolitano (2003), o trabalho com o cinema na sala de aula tem também a vantagem de oportunizar a aproximação dos espectadores com diversas culturas, quanto também por estreitar a relação entre professores e alunos.

Pelo exposto, o cinema tem grande potencial didático, sendo possível sua utilização em sala podendo trazer benefícios no processo de ensino e aprendizagem de qualquer disciplina. O desafio que o professor enfrenta é o de adequar o conteúdo ao filme e vice e versa, de forma produtiva e significativa. Certamente haverá conteúdo para o qual não se encontre filme que se adéque a ele e haverá filme que sirva a vários conteúdos (VIANA, 2010).

2.1. Como utilizar o cinema na sala de aula

Para fazer uso de qualquer meio de ensino diferenciado do tradicional, este deve estar imerso numa metodologia de ensino previamente planejada. Ao utilizar especificamente o cinema, faz-se necessário que o professor tenha alguns cuidados, respondendo a si mesmo algumas perguntas. Por exemplo: Qual a possibilidade de uso do filme na disciplina que ministra? Em qual faixa etária se encaixa? Como pode ser abordado? qual a cultura cinematográfica dos alunos? (NAPOLITANO, 2003)

Sobre a forma com que o filme pode ser utilizado em sala de aula, isto pode variar, dependendo do conteúdo a ser trabalhado com o filme, da duração do filme e do tipo de atividade a ser desenvolvida.

Existem três formas possíveis de exibição/assistência de um filme dentro das atividades escolares: a) exibição/assistência na sala de aula ou vídeo, dentro do horário da(s) aula(s); b) assistência em casa, por grupos de alunos previamente formados e informados pelo professor; c) exibição,

na sala de aula, de cenas ou sequências selecionadas pelo professor. O importante é ter coerência entre a forma de exibição/assistência e objetivos/amplitude da atividade planejada. (NAPOLITANO, 2003, p. 82)

Algumas informações antes da exibição do filme também podem ajudar no desenvolvimento e no melhor entendimento do filme, como a Ficha técnica, sinopse e premiação, dentre outras. Além disso, o filme também deve ser valorizado por seu valor artístico e não apenas como meio de ensino, ou seja, deve-se dar ao filme a devida importância que ele ocupa, e não somente porque ele é útil naquele momento (DUARTE, 2002; VIANA, 2009, 2010).

Assim, o professor deve providenciar material adicional, como a ficha técnica do filme, entrevistas artigos de jornal, entre outros. Além disso, um roteiro de atividades a serem realizadas pelos alunos deve ser fornecido aos alunos com antecedência (VIANA, 2009a, 2009b, 2010).

Antes da exibição do filme, o professor que deseja utilizar filmes em suas aulas deve verificar a disponibilidade de sala de vídeo e equipamentos na escola. Sobre o local de exibição, pode ser a sala de vídeo existente na escola, ou a própria sala de aula. Neste caso, é necessário verificar a iluminação e a capacidade de alcance do som do aparelho de reprodução do vídeo, pois pode ser necessária a utilização de caixas de som. É essencial verificar a existência de tomadas que funcionem.

Preparado o local e verificados os equipamentos, sugere-se preparar os alunos para a exibição. Alertá-los para cenas importantes no filme e as atividades a serem realizadas.

Durante a exibição, pode ser necessário pausá-la por curtos instantes para fazer alguma inferência para dar alguma explicação importante para o entendimento do filme, ou para chamar atenção sobre algum aspecto considerado chave, ficando isto a critério do professor. Assim, “podem ser úteis determinadas recordações, relações, anotações que, postas em momento oportuno, contribuem ao entendimento da trama e do contexto histórico das fitas [filmes] mais complexas”. (MACHADO, 2002, p. 78).

Após a exibição do filme, sugere-se uma discussão sobre o filme com as perguntas contidas no roteiro de atividades e outras que surgirem no momento.

3. Alguns conceitos matemáticos presentes no filme *Quebrando a Banca*

A escolha do filme *Quebrando a Banca* se deu depois da assistência a alguns títulos de filmes sugeridos pela professora orientadora e por colegas de mestrado que conheciam o teor da dissertação. Estes filmes eram assistidos e durante a exibição a pesquisadora procurava distinguir o conteúdo matemático a que cada filme poderia contemplar. Em seguida, pensava-se em atividades que poderiam ser articuladas ao filme para o ensino do conteúdo em questão.

Com essas duas condições (conteúdo e atividades relacionadas), o filme escolhido para ser usado no processo de ensino/aprendizagem de Matemática nesta pesquisa foi *Quebrando a Banca*. Isto porque a partir de sua exibição a pesquisadora vislumbrou sua serventia para o conteúdo Análise Combinatória e algumas atividades.

Quebrando a Banca (BRUNETTI, D., LUCA, M. e SPACEY, K., 2008) é um filme baseado em fatos reais, retratando o que começou em 1961 quando um professor de Matemática do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT)¹, o matemático Edward Thorp (representado no filme pelo ator Kevin Spacey) resolveu estudar o jogo *Blackjack*.

Na história cinco jovens e brilhantes estudantes Ben Campbel, Jill Taylor, Ficher, Choi e Kiana, guiados por um inteligente professor, o professor Micky, passam temporadas em *Las Vegas* se enriquecendo com o jogo *Blackjack*, conhecido no Brasil como Jogo de 21.

No filme há cenas em que a Matemática surge de forma explícita, mesmo que ela não seja o fato mais importante nestas cenas. Serão descritas e analisadas algumas delas.

A primeira cena (14'28'') em que a Matemática está presente é aquela na qual o professor Micky está dando aula a uma turma numerosa, e propõe ao aluno Ben Campbel a seguinte situação:

Micky: Ben, você está num *Game Show* e tem a escolha entre 3 portas diferentes. Atrás de uma delas tem um carro novo. Atrás das outras duas, bodes. Qual porta você escolheria?

Ben Campbel: A porta n.º 1?

Micky: Ben escolheu a n.º 1. O apresentador, que sabe o que há por trás das demais decide abrir uma outra porta, digamos, a n.º 3 revelando um bode. Agora, o apresentador vem até

¹Massachusetts Institute of Technology

você e diz: “Quer ficar com a porta n.º 1 ou trocar pela n.º 2?”. Será uma boa pra você trocar sua escolha?

Ben Campbel: Sim.

Micky: Mas, espere. O apresentador sabe onde está o carro. Como sabe que não quer enganá-lo com psicologia reversa pra que você escolha o bode?

Ben Campbel: Não importa. Minha escolha se baseia em estatísticas na distribuição de probabilidades.

Micky: Mas ele só fez uma pergunta simples.

Ben Campbel: Que mudou tudo.

Micky: Esclareça.

Ben Campbel: Da primeira vez que me pediu pra escolher uma porta eu tinha uma chance de 33,3% de acertar. Mas ao abrir uma nova porta e me dar uma nova escolha ela subiu para 66,7%, se eu quiser trocar. Então, escolho a porta n.º 2 e agradeço os 33,3% extras.

Micky: Exatamente. Pessoal, lembrem-se, na dúvida, considerem a distribuição de probabilidade. A maioria das pessoas não trocaria por paranoia, medo, emoções. Mas o Sr. Campbel, controlou suas emoções, e graças à simples matemática básica, vai se sentar em um carro novinho em folha!

O conteúdo matemático presente nesta cena é a distribuição de probabilidade. O caso em questão é que, ao se escolher uma das três portas para ganhar um prêmio que está atrás de uma delas, o candidato tem 33,3% de chance de escolher a porta correta, e a escolha de qualquer uma das portas têm a mesma chance de ser a porta correta. Mas a situação muda quando o apresentador abre uma das portas não escolhidas, e mostra que não há prêmio nesta porta que fora aberta. O evento em questão neste caso não é simplesmente “escolher uma porta”, sendo então dois eventos: “escolher uma porta” e “trocar”. O que se percebe é que ele ganha 2 vezes e perde uma vez toda vez que troca de porta. Isso significa que, mesmo antes de o experimento se iniciar, já se sabe que, ao escolher trocar, sua probabilidade de ganho é de 2 para 1. São 66,7% de chance de ganhar e 33,3% de chance de perder.

A próxima cena na qual configura a matemática é quando um dos integrantes do grupo de estudantes, Fisher, aborda Ben Campbel na biblioteca e o convida para ir em uma sala, onde os outros integrantes do grupo e o professor Micky estão estudando a contagem de cartas. Nesse momento ele é convidado para integrar este grupo:

Micky: Você já jogou *Blackjack*?

Ben Campbel: não.

Micky: É muito simples. Você joga contra o *dealer*. Você recebe duas cartas. As figuras valem dez pontos. A mão mais próxima de 21 ganha. Se você ultrapassar, perde. Se o *dealer* ultrapassar, a banca perde.

Fischer: É o jogo de cartas mais popular do mundo.

Jill: Joga-se com a memória. Carta dada é passado. As do baralho, o futuro.

Micky: E a melhor parte: é possível ganhar.

Ben Campbel: Está falando em contar cartas?

Micky: Não, estou falando em ficar rico, muito rico!

Neste trecho do filme o professor Micky explica em uma simples frase a regra do jogo *Blackjack*, que é completar 21 pontos com as duas cartas, e a “mão” mais próxima de 21 ganha, caso não ultrapasse os 21 pontos.

Porém, Ben fala em contar cartas. Pois bem, esta é a técnica utilizada pelos integrantes do grupo que vai a *Las Vegas* ganhar bastante dinheiro, contando cartas. Este princípio de contar cartas para ganhar o jogo *Blackjack* não foi o utilizado nesta pesquisa, até porque não se sabe muito claramente como funciona esta técnica. Na dissertação o leitor pode encontrar uma melhor explicação sobre como se dá a técnica de contagem de cartas.

Dessa forma, o enfoque das atividades propostas na pesquisa que resultou neste produto educacional não se trata da contagem de cartas para vencer o jogo *Blackjack*, mas sim na forma convencional, que é somando os números das cartas para fazer soma 21 ou mais próxima de 21 e analisando as possibilidades de isto acontecer.

4. Atividades propostas

4.1. Atividade 1: Exibição do filme “Quebrando a banca”

A exibição do filme consistiu na primeira atividade do conjunto de ações a serem realizadas com a finalidade de abordar o conteúdo Análise Combinatória.

Porém, não se trata simplesmente de dar o *play* no filme. Existem alguns procedimentos a serem feitos antes, durante e depois da exibição a fim de melhor aproveitar o filme e o que ele pode proporcionar às atividades sequenciais, conforme exposto no item 2.1.

Como o filme Quebrando a Banca tem duração de 102 minutos e a hora/aula tem duração de 50 minutos, são necessárias 3 aulas para sua exibição, visto que o professor necessita de um tempo disponível antes e depois da exibição do filme, com isso utilizamos 3 aulas da seguinte forma: o terceiro horário foi cedido à professora dos dois últimos horários, e os três últimos, de 15:30 às 18:00, foram utilizados com a exibição do filme.

Antes da exibição do filme, foram tomadas as providências já citadas e foi utilizada a sala de vídeo e equipamentos na escola.

Embora durante a exibição do filme, possa ser necessário pausá-la por curtos instantes para fazer alguma inferência importante para o entendimento do filme, na pesquisa em tela, não foi feita nenhuma interrupção. Após a exibição do filme foi feita uma discussão sobre as partes importantes escolhidas pelos alunos e sobre as perguntas constantes do roteiro de atividades. A pesquisadora alertou sobre perigo de gastar grandes quantidades de dinheiro neste tipo de jogo e sobre o vício de jogar cartas.

4.2. Atividade 2: Jogando Blackjack

O objetivo desta atividade foi familiarizar o participante com o jogo para desenvolver os conceitos matemáticos a serem trabalhados posteriormente. A turma deve ser dividida em grupos de 3 a 5 jogadores. Esses grupos recebem o material para o jogo, que consiste em: 1 baralho com 52 cartas, 1 tábua para jogar - cartolina grande com marcações dos lugares específicos para as cartas de cada jogador, 100 fichas de E.V.A. com valores variados (5, 10, 20, 50 e 100 pontos) para “pagar” o ganhador de cada rodada e 1

folha com as regras do jogo (Apêndice 1). Os materiais produzidos para este jogo podem ser mais bem visualizados na figura a seguir:

Kit com os materiais do jogo Blackjack



Fonte: Dados da pesquisadora

Este momento do jogo do Blackjack é interessante, pois os alunos colocavam em prática o jogo visto no filme e podiam assim perceber que é um jogo de sorte, podendo assim concluir que a técnica de contagem de cartas empregada no filme é uma técnica sofisticada e difícil.

Por ser um momento prazeroso, de diversão para os alunos, notou-se enquanto realizava a pesquisa, que os alunos não pensavam que estava “fazendo matemática”, mas a todo momento utilizavam de seus conhecimentos, tanto na hora de fazer a soma das cartas, o pagamento da rodada com as fichas que ele tinham, e quando ele raciocinavam para saber qual (is) carta (s) seria necessário em cada rodada para completar os 21 pontos.

Para este atividade foram utilizados 2 horários/aula, sendo este tempo suficiente a julgar pela pesquisadora.

4.3. Atividade 3: Analisando jogadas

Esta atividade tem o objetivo de analisar as possíveis formas de se vencer uma rodada do jogo *Blackjack*, de acordo com as regras aprendidas na aula anterior, e de acordo com as cartas restantes ainda não distribuídas aos jogadores.

Sugere-se que a turma seja dividida em grupos, de preferência, mas não obrigatoriamente, os mesmos grupos que foram formados na atividade anterior, no jogo *Blackjack*.

Para esta atividade que, durante a pesquisa realizada pela pesquisadora, foram necessários dois encontros, cada um com 2 horários/aula, pois esta atividade contém 11 itens, impossibilitando-a de ser concluída em apenas um encontro.

A seguir, apresentam-se os itens desta atividade, seguidos de comentários sobre a execução das tarefas.

Questão 1 – Quantas são as opções de se formarem duplas distintas (diferentes) num baralho de 52 cartas? (Obs.: lembre-se que 2 e 3 constitui a mesma dupla que 3 e 2)

Nesta questão, em que estão presentes elementos de Análise Combinatória, os participantes são instigados a pensar sobre este fato sem forçosamente estar resolvendo uma questão de matemática. No trabalho de campo da pesquisadora, alguns alunos iniciaram a resolução escrevendo as duplas, até que conseguiam ver que havia uma regularidade entre as duplas restantes.

No item 2 desta atividade, os participantes são questionados sobre as várias opções de se ter duas cartas na mão com somas determinadas. Para isso, devem preencher um quadro para ajudar a responder a esse item.

Questão 2 – Ao receber as duas cartas iniciais, podem ser formadas várias somas a partir de 2, como por exemplo:

$$\text{\AA s} + 2 = 3$$

$$3 + \text{Valeta}(J) = 13$$

$$\text{Dama}(Q) + \text{Rei}(K) = 20, \text{ etc.}$$

Vamos trabalhar agora com as possibilidades de soma de duas cartas. Considerando somente as duas cartas iniciais, quais e quantas são as possibilidades de se ter:

<u>Soma 2</u> Total: _____	<u>Soma 3</u> Total: _____	<u>Soma 4</u> Total: _____	<u>Soma 5</u> Total: _____
<u>Soma 6</u> Total: _____	<u>Soma 7</u> Total: _____	<u>Soma 8</u> Total: _____	<u>Soma 9</u> Total: _____
<u>Soma 10</u> Total: _____	<u>Soma 11</u> Total: _____	<u>Soma 12</u> Total: _____	<u>Soma 13</u> Total: _____
<u>Soma 14</u> Total: _____	<u>Soma 15</u> Total: _____	<u>Soma 16</u> Total: _____	<u>Soma 17</u> Total: _____
<u>Soma 18</u> Total: _____	<u>Soma 19</u> Total: _____	<u>Soma 20</u> Total: _____	<u>Soma 21</u> Total: _____

Os participantes devem descobrir quantas possibilidades e quais as cartas para a soma das cartas em cada um dos quadrinhos contidos no quadro 10.

Por exemplo, para preencher a célula de “Soma 6”, o aluno deve preencher com as seguintes somas: $Ás + 5$, $2 + 4$ e $3 + 3$, totalizando em 3 opções.

Com isso, os alunos participantes poderiam responder o item3:

+ ×

Atenção:

As linhas desta tabela foram reduzidas para este Produto Educacional, mas sugere-se que o professor crie uma tabela com espaço suficiente para o aluno escrever com liberdade.

Questão 3 – Depois de encontradas as possibilidades de somas no exercício anterior, determine quais são as cinco primeiras somas que têm mais chances de aparecer nas duas primeiras cartas. Qual a porcentagem referente a estas possibilidades?

Este item indaga aos alunos sobre as maiores chances de se vencer o jogo apenas com as duas primeiras cartas da mão. Assim, o aluno precisa pensar estatisticamente. No

caso da “Soma 6” exemplificada acima, que ocorrem em 3 duplas, o aluno deve procurar saber a qual porcentagem se referem 3 duplas no total de duplas existentes (encontrada no item 1 desta atividade).

O item 4 do item 4 desta atividade segue:

Questão 4 – Considerando as somas das duas cartas iniciais, há alguma (s) das somas nas quais a terceira carta fará seus pontos ultrapassarem os 21 pontos? Se sim, qual a estratégia de jogo a ser tomada, caso esta soma apareça em sua mão? Qual é a chance, em porcentagem, referente a esta soma?

Neste item, é exigido do aluno que ele pense na soma das duas cartas iniciais e em seguida na soma destas com uma terceira carta. Por exemplo, se o jogador tem as cartas 3 e 5, sua soma será 8, e se ele obter a terceira carta de valor 10, sua nova soma será 18, não ultrapassando os 21 pontos. Mas em outros casos isto pode acontecer, como por exemplo, se o jogador tem as cartas 6 e 8, sua soma será 14, e se ele obter a terceira carta de valor 9, sua nova soma será 23, ultrapassando os 21 pontos.

Esta questão exigiu mais atenção do professor para com os alunos, pois exige uma análise minuciosa sobre as opções de somas nas mãos em alguns casos específicos. Por exemplo, se as duas cartas iniciais forem Às e 5, a soma seria 6, e se a terceira carta fosse um J (Valete) a soma seria 26, pois o Às acompanhado do J tem valor 11 e não 1 como no primeiro caso.

Delimitado estas possibilidades de duplas em que há a chance de a terceira carta fazer a soma ultrapassar os 21 pontos, o aluno deve ainda determinar a porcentagem referente a estas possibilidades.

O item 5 a seguir questiona o aluno sobre o oposto do item anterior, pois trata dos casos em que a terceira carta não é suficiente para completar 21 pontos:

Questão 5 – Vamos pensar agora que a soma 21 não foi alcançada com as duas cartas iniciais, e uma terceira carta será necessária. Em qual (is) dos casos a terceira carta ainda não seria suficiente para completar os 21 pontos? Em quantos casos isto pode acontecer? Qual a porcentagem referente a estas somas?

A resposta a esta questão a priori não apresenta muitas dificuldades pelos alunos pois trata do mesmo tema do item anterior, porém neste caso é questionado ao aluno sobre os casos e a respectiva porcentagem em que a terceira carta não é suficiente para completar os 21 pontos.

O item 6 desta atividade subdivide-se em duas partes, a e b:

Questão 6 – Levando em consideração a resposta anterior, responda:

a) Pode-se concluir algum fato sobre maiores chances de se ganhar o jogo a partir da soma das duas cartas iniciais?

Sobre a resolução desta questão, a resposta adequada pode não surgir imediatamente, como ocorreu no trabalho de campo da pesquisadora, veja exemplo de diálogo entre a pesquisadora e o participante P23² ocorrido nesta experiência:

P23: Professora, não entendi essa questão.

Pesquisadora: Na questão 6 a pergunta é se existem duas cartas iniciais com mais chance de ganhar do que outras.

P23: Como assim?

Pesquisadora: Por exemplo, se você *tiver* soma igual a 7, você vai ter que pegar mais cartas, não é?

P23: Sim.

Pesquisadora: E se você *tiver* por exemplo, a soma 20, pode escolher não pegar outra carta e quem sabe ganhar se você *tiver* a maior pontuação no seu grupo.

P23: Ah, então quando eu tenho soma menor do que 11 eu com certeza vou precisar de outra carta não é?

Pesquisadora: Isso mesmo. Entendeu agora?

P23: Agora eu entendi professora!

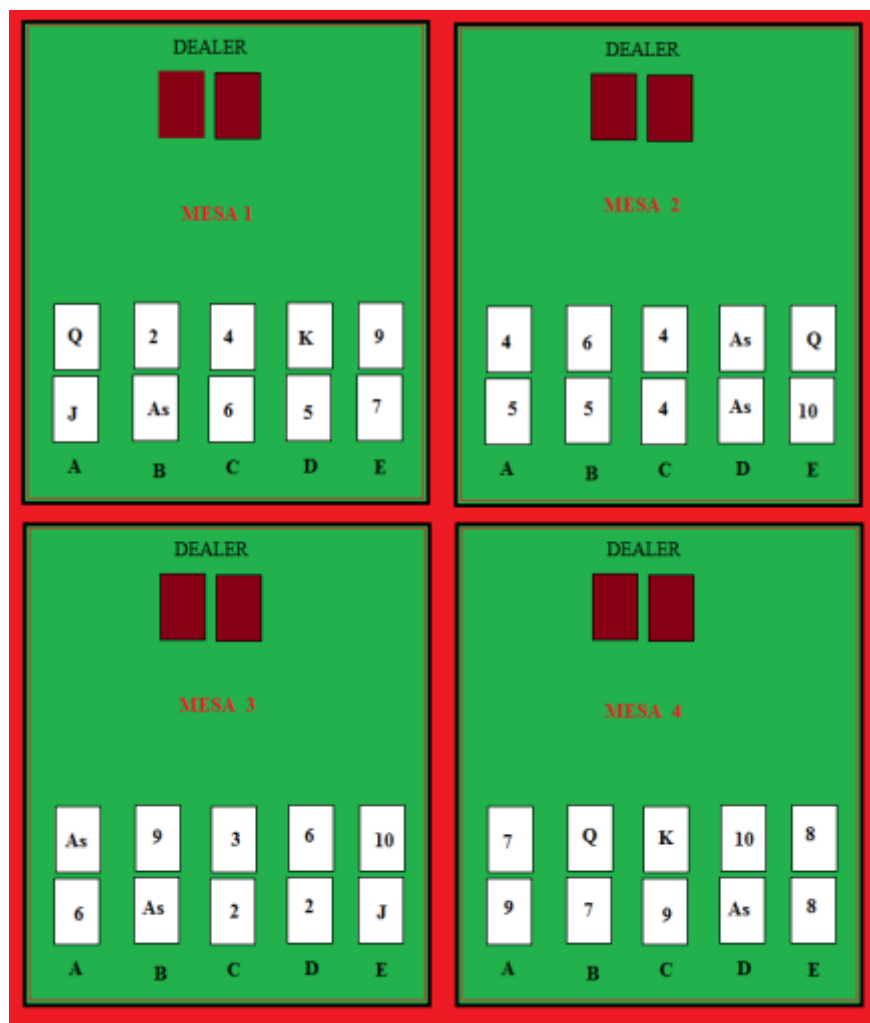
Dessa forma, sugere-se ao professor que tenha essa discussão com os alunos como um todo, de forma a instigar o raciocínio deles para a conclusão obtida por P23.

Na continuação, o item 6 continha quatro diferentes situações, na qual os participantes deveriam aplicar a conclusão anterior, apontando qual dos jogadores teriam

² Foram utilizados nomes alfanuméricos para cada participante da pesquisa, para garantir o anonimato dos mesmos.

chances maiores de ganhar somente com as duas cartas iniciais em cada uma das mesas de jogo:

b) A partir da conclusão feita no exercício anterior, determine nas mesas de jogos a seguir quais os jogadores têm mais chances de ganhar o jogo não qual os jogadores não conhecem ainda as cartas do *dealer*:



Neste caso, em cada mesa de jogo (1, 2, 3 e 4) havia aquele (es) com maiores chances de ganhar a rodada do jogo. Sugere-se que o aluno responda esse item ao lado das mesas de jogos.

O item 7 desta atividade envolve uma das cartas do *dealer*³. O *dealer* mostra uma carta de cada vez, e ela pode ser uma das cartas que algum jogador precisa para completar os 21 pontos. Isto é explicado nas situações propostas, dando a entender que a chance de algum jogador pode diminuir ou aumentar com essa carta que é mostrada. Observe:

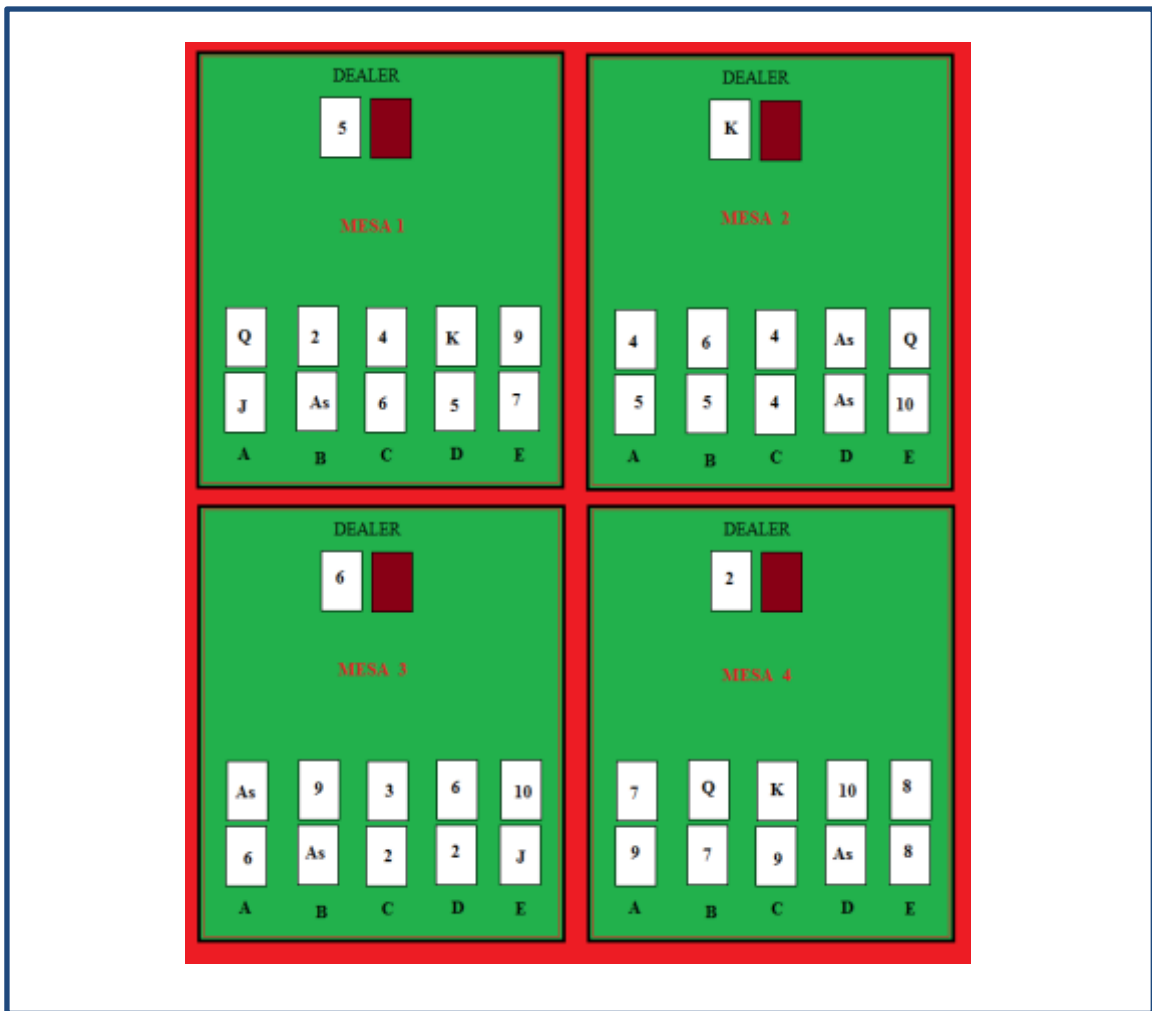
Questão 7 – A carta do *dealer* que está mostrada pode nos dar alguma informação quanto à chance de a carta esperada aparecer ou não. Por exemplos:

Situação 1: *Se as duas cartas iniciais de um jogador foram 6 e 8, a soma destas duas cartas é 14, faltando assim uma carta de número 7 para ganhar o jogo já na terceira carta. Se a carta mostrada do dealer for diferente de 7, nada altera sua chance, mas se a carta mostrada for exatamente a carta de número 7, sua chance de ganhar diminui, pois ao invés de 4 cartas disponíveis de número 7, têm-se agora disponíveis, apenas 3 cartas de número 7.*

Situação 2: *Se as duas cartas iniciais de um jogador forem 6 e 9, a soma destas duas cartas é 15, faltando assim uma carta de número 6 para ganhar o jogo já na terceira carta. Mesmo sem saber a carta do dealer, sua chance de ganhar o jogo diminui, pois você precisará de outra carta de número 6. Então, das 4 disponíveis, uma delas já está na sua mão. Se a carta mostrada do dealer for diferente de 6, nada altera sua chance, mas se a carta mostrada for exatamente a carta de número 6, sua chance de ganhar diminui mais ainda, pois ao invés de 4 cartas disponíveis de número 6, têm-se agora, apenas 2 cartas disponíveis de número 6.*

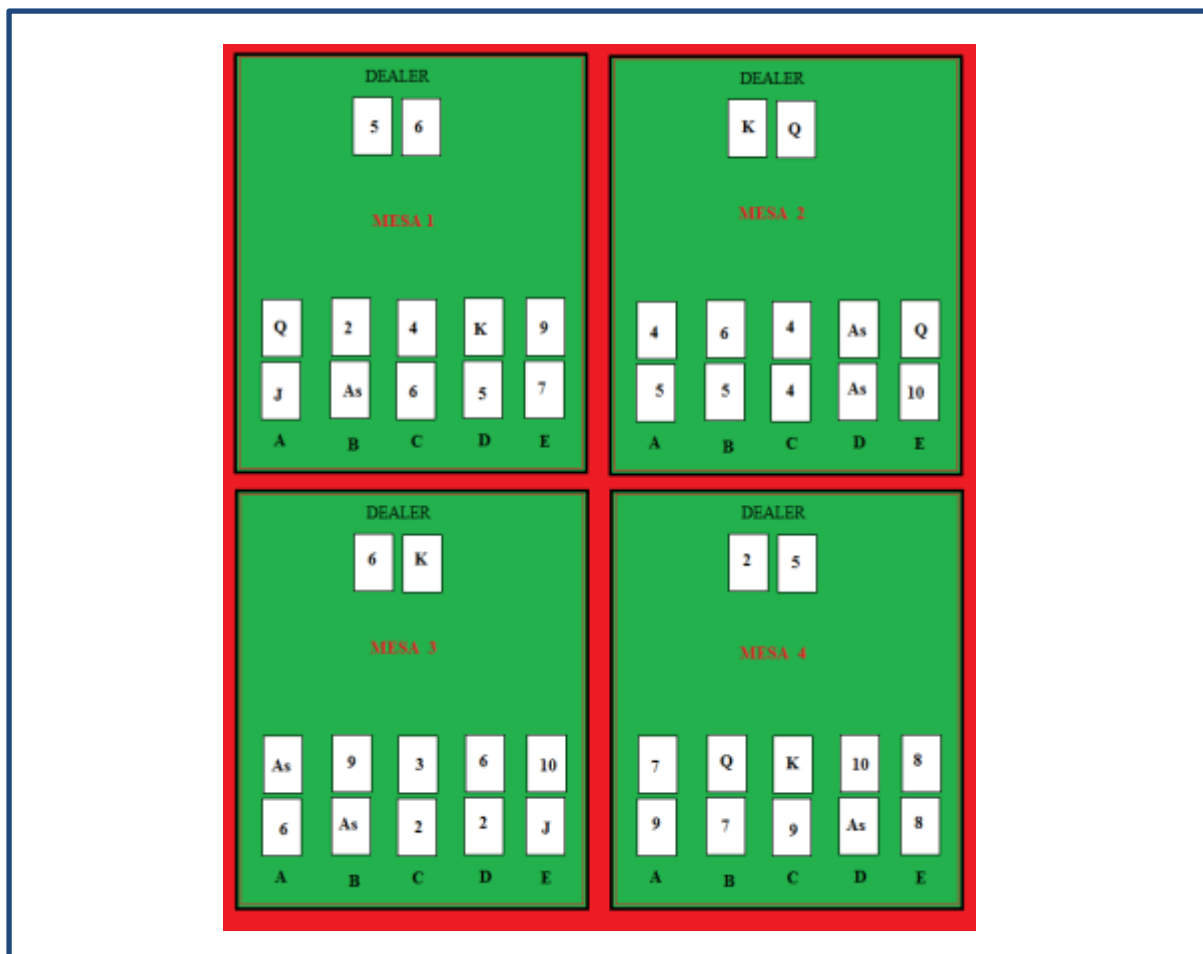
Determine, então, como fica a chance de cada jogador depois de mostrada a carta do *dealer*, se diminui, ou não se altera:

³ *Dealer* é o representante do cassino nas mesas de jogo, o dono da mesa.



Assim, os participantes devem analisar a chance de cada jogador de cada uma das mesas, isto é, se chance diminui com a carta do *dealer* que foi mostrada em cada mesa. Da mesma forma que o item 6 anterior, a resposta a O item seguinte, isto é a questão 8, segue a mesma linha de raciocínio do item 7, porém neste item é revelada a segunda carta do *dealer*.

Questão 8 – Levando em consideração agora que você, leitor, sabe de quais cartas cada jogador precisa na terceira jogada, e conhece as duas cartas do *dealer* e dos outros adversários reescreva novamente a ordem dos jogadores que têm mais chances de ganhar o jogo na terceira jogada:



Novamente, os alunos devem analisar as novas chances de ganhar de cada jogador, de acordo com a nova carta mostrada do *dealer*.

Os itens seguintes desta atividade questionam aos alunos sobre a presença da matemática no filme *Quebrando a Banca*, após o jogo *Blackjack* e realização das análises, sobre as jogadas.

Questão 9 – Após realizar os exercícios propostos acima, você acredita que há alguma relação entre o filme e a matemática? Se sim, explicita.

Questão 10 – Além do *Blackjack*, você conhece algum outro jogo que utiliza os mesmos princípios matemáticos? Se sim, explicita.

Questão 11 – Você se lembra de algum conteúdo matemática presente no jogo *Blackjack*? Se sim, diga qual é o conteúdo matemático em questão.

4.4. Atividade 4: Mudando as regras do jogo

O objetivo desta atividade é ampliar os conhecimentos matemáticos aprendidos com as atividades para utilizar os conceitos aprendidos em outras situações. Outro objetivo é apresentar os conceitos de Análise Combinatória: Permutação, Combinação e Arranjo, aliando estes conceitos às práticas matemáticas realizadas até então nas atividades anteriores.

Para realizar esta atividade foi necessário que a pesquisadora introduza o conceito de número fatorial. Para isso, sugere-se que, primeiramente, seja proposto aos alunos problemas do tipo: “Existem 3 cadeiras e 3 pessoas. Quais são as diferentes formas dessas 3 pessoas se sentarem nas cadeiras?” Dê nomes para as pessoas ou convide alunos para responderem a esta questão.

Com esse exemplo, os alunos podem perceber que são possíveis 6 configurações diferentes. Em seguida, o professor pode explicar que na primeira cadeira poderiam se sentar 3 pessoas, na segunda 2 pessoas (já que uma das pessoas já havia se sentado) e na última cadeira só restava 1 pessoa para se sentar, e o produto desses números resulta em 6. Logo, $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

É necessário também que se trabalhe com os alunos simplificação de números fatoriais, pois isso será utilizado no ensino de conceitos da Análise Combinatória.

Esta atividade tem duração média de dois horários/aulas e consta de 10 itens relacionados ao jogo *Blackjack* e a situações do dia-a-dia.

Os itens constantes desta atividade são apresentados sempre após a apresentação dos conceitos Permutação, Arranjo e Combinação da Análise Combinatória, seguida de situações relacionadas ao mesmo.

Quando todos os elementos (cartas, pessoas) são distribuídos de formas variadas, dá-se o nome de PERMUTAÇÃO. A permutação de n elementos pode ser encontrada por $P_n = n!$

1) Imagine que temos 3 cartas disponíveis nas mãos. Podemos dispor estas cartas de várias formas, como por exemplo, por ordem crescente, ordem decrescente, por naipes, etc. de quantas formas diferentes podemos dispor estas 3 cartas?

2) Se em um jogo temos 6 pessoas, em que 5 serão os jogadores e um será o *dealer*. De quantas formas diferentes estas 6 pessoas podem sentar-se à mesa para participar do jogo?

As questões 1 e 2 apresentam situações de Permutação, isto é aquelas nas quais os elementos em questão sofrem uma mudança de posição. Para explicar melhor o que era permutar, a pesquisadora pode convidar qualquer quantidade de seus alunos para se colocarem à frente da turma e a mesma quantidade de cadeiras perto deles. Em seguida perguntou aos demais participantes de quais formas diferentes estes alunos podem se sentar nas cadeiras. Após todas as possíveis configurações escritas no quadro, a professora pode explicar o enunciado da Permutação com base na situação apresentada aos alunos.

Os itens 3 a 8 apresentavam situações de Combinação, tópico da Análise Combinatória em que parte dos elementos disponíveis é disposta de forma que a ordenação destes elementos não importa.

Quando uma parte dos elementos (cartas, pessoas) é agrupada, e a ordem de escolha deles não interfere no resultado, dá-se o nome de COMBINAÇÃO. A combinação de p dos n elementos disponíveis pode ser encontrada por

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

3) Suponhamos que o jogo de 21 seja obtido agora pelo produto das duas cartas, e não mais pela soma. De quantas maneiras um jogador pode fazer 21 com as duas cartas iniciais?

4) Ainda pensando no jogo 21 como um produto de duas cartas e lembrando que um baralho é constituído por 4 naipes que contém cartas de números/e figuras iguais, de quantas maneiras ele pode alcançar:

a) Produto 15; b) Produto 16; c) Produto 20;

5) Nas condições de jogo dos exercícios anteriores, a ordem em que as cartas aparecem nas mãos do jogador faz diferença?

6) Se o jogo 21 pudesse ser jogado entre duplas de jogadores, quantas duplas diferentes poderiam existir entre 4 jogadores? (Ex.: Paulo e Maria, Paulo e José, José e Maria, etc.)

7) No caso exposto acima, quantas duplas poderiam ser formadas se tivéssemos 10 jogadores disponíveis?

8) No caso de se formarem duplas de jogadores, a ordem de escolha do primeiro e segundo jogador faz diferença?

Para explicar o enunciado da Combinação, pode ser apresentada a seguinte situação: “se houvessem 3 pessoas (João, Maria e Paulo) e fosse necessário fazer dupla com 2 dessas 3 pessoas, quantas duplas poderiam ser formadas?”. Neste momento os alunos vão falando as duplas, até notarem que algumas delas se repetiam, como por exemplo, Maria e João, e João e Maria. Sendo assim, o total de duplas diferentes seriam 3. Assim, tomando n como 3 e p como 2 (devido à formação de duplas) e aplicando esse números na fórmula da combinação, os alunos confirmaram que $C_{3,2} = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$.

As questões de 3 a 8 desta atividade motivaram o título da atividade, que é *Mudando as regras do Jogo*, no qual ao invés de somar as cartas multiplicá-las, alterar o produto de 21 para outros números, e também mudando a forma de jogar, de individualmente para por duplas.

Para responder o item 3, no trabalho de campo da pesquisadora, um aluno participante disse em voz alta que “para dar 21, só se for 3 vezes 7”, e todos concordaram que no baralho não haveria outras cartas que resultariam em produto 21.

Seguindo o mesmo raciocínio, na questão 4 o produto é alterado de 21 para 15, 16 e 20. Sugere-se que o professor interfira na resolução desta questão, pois para cada produto há uma realidade diferente, e deve-se levar em consideração quantas cartas de cada número tem no baralho – no caso 4.

Os últimos dois itens desta atividade apresentavam situações do tópico Arranjo. Neste tópico parte dos elementos disponíveis são dispostos de forma que ordenação destes elementos importa.

Quando uma parte dos elementos (cartas, pessoas) é agrupada, e a ordem de escolha deles interfere no resultado, dá-se o nome de ARRANJO. O arranjo de p dos n elementos disponíveis pode ser encontrada por $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$

9) Suponhamos que haja uma premiação para os três primeiros colocados no jogo *Blackjack*. Quantas possíveis premiações podemos ter se tivéssemos 4 jogadores concorrendo?

10) E se ao invés de quatro jogadores tivéssemos seis jogadores disponíveis, quantas possíveis premiações podemos ter?

Para explicar este tópico, o professor pode exemplificar com a própria situação proposta na questão 9, em que se supõe, em que há premiações para os 3 primeiros colocados de um total de 4 jogadores de *Blackjack*. Neste caso, a ordem das pessoas importa, por isso é um Arranjo $A_{4,3} = \frac{4!}{1!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = 24$ opção de se premiar 3 de 4 pessoas segundo a sua colocação.

A questão de número 10 por sua vez é uma pequena alteração da anterior, em que o número de opções disponíveis se altera, o que faz da questão um pouco mais complexa para responder somente enumerando as possibilidades, levando os alunos à conclusão de que poderiam utilizar a fórmula aprendida.

4.5. Atividade 5: Praticando a Análise Combinatória

O objetivo desta atividade é verificar o que os participantes aprenderam da atividade 4 sobre o conteúdo de Análise Combinatória.

A atividade 5 consiste de 10 itens de Análise Combinatória. Foi distribuído um quadro contendo um resumo dos conceitos sobre Análise Combinatória abordados nas atividades anteriores.

ANÁLISE COMBINATÓRIA				
	USO DOS ELEMENTOS	ORDENAÇÃO	EXEMPLO	FÓRMULA
PERMUTAÇÃO	TODOS	IMPORTA	De quantas maneiras podemos dispôr 3 livros (Mat, Port e Hist) numa estante? R.: 6 maneiras (M,H,P), (M,P,H), (H,P,M), (H,M,P), (P,H,M) e (P,M,H).	$P_n = n!$
COMBINAÇÃO	PARTE DELES	NÃO IMPORTA	De quantas maneiras podemos colocar 2 dos 3 livros (Mat, Port e Hist) numa mochila? (Obs.: não importa a ordem) R.: 3 maneiras (M,H), (M,P) e (P,H)	$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$
ARRANJO	PARTE DELES	IMPORTA	De quantas maneiras podemos colocar 2 dos 3 livros (Mat, Port e Hist) numa estante? R.: 6 maneiras (M,H), (H,M), (P,H), (H,P), (P,M) e (M,P).	$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$

Neste quadro explicativo alguns conceitos importantes foram evidenciados, como o uso ou não de todos os elementos disponíveis de um conjunto, a importância da ordenação ou não desses elementos, com um exemplo para diferenciação destes conceitos, e por último a fórmula de recorrência referente a cada um deles.

Para realização de cada um dos itens desta atividade, há um esquema ao lado para facilitar a compreensão do aluno sobre a que tipo de Análise Combinatória.

Sugestão:
Talvez seja uma boa idéia não colocar as lacunas para os alunos completarem os dados, fazendo com que ele resolva a questão da maneira que ele preferir.

Antes da apresentação dos itens, é apresentado aos alunos um exemplo de como seria a resolução dos itens desta atividade, conforme exposto a seguir:

Exemplo: De quantas maneiras posso comer dois de um total de cinco sabores de sorvete, uma em cima da outra? Considere que a ordem de colocação dos sabores faz diferença.

Uso dos elementos: PARTE

Ordenação: IMPORTA

Total de elementos: 5

Parte dos elementos: 2

Resolução:

$$A_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = \text{Tipo: ARRANJO } 5 \cdot 4 = 20$$

Existem 20 maneiras de comer 2 sabores de um total de 5 sabores em que a ordem de colocação faz diferença.

Em cada evento dos itens desta atividade, o aluno deve observar se todos os elementos são usados, se a ordem dos elementos importa, e se o evento é Permutação, Combinação ou Arranjo, qual o número total de elementos (n), o número de parte dos elementos usados (p), se houver, e a resposta ao exercício, como no exemplo anterior. A seguir os itens desta atividade:

1) Quantos números de três algarismos distintos podemos formar com os algarismo 1, 3 e 6?

Uso dos elementos: _____

Ordenação: _____

Tipo: _____

Total de elementos: _____

Parte dos elementos: _____

Resolução:

2) Usando todas as letras de uma palavra podemos formar novas palavras chamadas *anagramas*. Quantos anagramas podem ser formados com a palavra AMIZADE?

Uso dos elementos: _____

Ordenação: _____

Tipo: _____

Total de elementos: _____

Parte dos elementos: _____

Resolução:

3) Quantos anagramas da palavra PALCO começam com a letra C?

Uso dos elementos: _____

Resolução:

Ordenação: _____

Tipo: _____

Total de elementos: _____

Parte dos elementos: _____

4) Sabendo que o alfabeto é constituído de 26 letras (A, B, C, ..., Y, Z), quantas palavras diferentes podemos formar contendo 5 letras?

Uso dos elementos: _____

Resolução:

Ordenação: _____

Tipo: _____

Total de elementos: _____

Parte dos elementos: _____

5) Sabendo que temos disponíveis 10 algarismos (0, 1, 2, ..., 8, 9), de quantas maneiras podemos formar placas de carro com 3 letras e 4 algarismos?

Uso dos elementos: _____

Resolução:

Ordenação: _____

Tipo: _____

Total de elementos: _____

Parte dos elementos: _____

Fonte: Dados da pesquisadora

6) Quantas comissões de 3 pessoas podemos formar em um grupo de 10 pessoas?

Uso dos elementos: _____

Resolução:

Ordenação: _____

Tipo: _____

Total de elementos: _____

Parte dos elementos: _____

7) Em um grupo de 12 trabalhadores de uma empresa, 4 serão premiadas por desempenho(1º, 2º, 3º e 4º lugar). De quantas maneiras estes trabalhadores podem ser premiados?

Uso dos elementos: _____

Resolução:

Ordenação: _____

Tipo: _____

Total de elementos: _____

Parte dos elementos: _____

8) Com 6 rapazes e 4 moças, quantas comissões de 2 rapazes e 3 moças poderíamos formar?

Uso dos elementos: _____

Resolução:

Ordenação: _____

Tipo: _____

Total de elementos: _____

Parte dos elementos: _____

9) Quantas trios de cartas é possível formar num baralho de 52 cartas?

Uso dos elementos: _____

Resolução:

Ordenação: _____

Tipo: _____

Total de elementos: _____

Parte dos elementos: _____

10) De quantas maneiras 6 bolas numeradas podem ser escolhidos de um total de 60 bolas numeradas?

Uso dos elementos: _____

Resolução:

Ordenação: _____

Tipo: _____

Total de elementos: _____

Parte dos elementos: _____

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALENCAR, S. E. P. *O cinema na sala de aula: uma aprendizagem dialógica da disciplina história*. Dissertação de mestrado. Faculdade de Educação. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza – CE. 2007.

BRASIL. Lei n.º 9.394, de 20 de dezembro de 1996. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional-LDBEN*. Diário Oficial da União, Brasília, 23 de dezembro de 1996. Seção I.

BRUNETTI, D., LUCA, M. e SPACEY, K. (Produtores). LUKETIC, R. (Diretor). *Quebrando a Banca*, 2008. Estados Unidos: Columbia.

DUARTE, Rosália. *Cinema & Educação*. – Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

LEITE, S. F. *Cinema brasileiro: das origens à retomada*. São Paulo: Editora Fundação Perseu Abramo, 2005.

MACHADO, Arthur V. *La utilización de películas históricas comerciales para el desarrollo de la crítica en la enseñanza de la Historia en el nivel medio*. Tesis doctoral. ICCP, La Habana, Cuba, 2002.

MIUCCI, Carla. *História do Cinema: um breve olhar*. Dossiê Mnemocine- 8 anos 1999-2007. <<http://www.mnemocine.com.br>>. Acesso em 03/ 09/2008.

NAPOLITANO, Marcos. *Como usar o cinema na sala de aula*. São Paulo: Contexto, 2003.

SADOUL, G. (1963). *História do cinema mundial: das origens a nossos dias*. Tradução de Sônia Sales Gomes. São Paulo: Livraria Martins.

VIANA, M. C. V. e TEIXEIRA, A. F., A história da Matemática vai ao cinema In: VIII Seminário Nacional de História da Matemática, 2009, Belém-PA. *Anais do VIII Seminário Nacional de História da Matemática*. RioClaro-SP: SBHMat, 2009. p. 1-11.

VIANA, M. C. V. *A Matemática vai ao cinema: 50 roteiros para serem utilizados em sala de aula*. Ouro Preto: EDUFOP. 2009a.

VIANA, M. C. V. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (HM) E SEU POTENCIAL NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM In: *Anais do IV EEMOP - Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto*. Ouro Preto-MG: UFOP, 2009b, p.37 – 52.

VIANA, M. C. V. A história da matemática, o cinema e a formação de professores In: *Anais do V Congresso Internacional de Ensino da Matemática*. Canoas-RS: ULBRA, 2010. p.1 – 10.

VIANA, M. C. V. *A formação de professores vai ao cinema: 51 roteiros de filmes para serem usados na sala de aula*. Ouro Preto: UFOP, 2011.

APÊNDICES

Apêndice 1: Regras do jogo

Para este jogo, que no Brasil é chamado de Vinte-e-um, o baralho é constituído de 52 cartas, repartidas em quatro naipes (que não influenciam o valor das cartas). As cartas têm os seguintes valores, explicitados a seguir:

- **Às:** a esta carta será atribuído o valor 11 se estiver acompanhada do **10** ou do **Valete (J), Dama (Q) ou Rei (K)**, e valor 1 acompanhando as demais cartas (Ex.: Às+2=3; Às+10=21; Às+Q=21);
- **2 a 10:** a estas cartas são atribuídas os valores correspondentes;
- **Valete (J), Dama (Q), Rei (K):** a estas cartas é atribuído o valor 10.

Antes do início do jogo, os jogadores adquirem suas fichas no caixa do cassino. Para dar início os jogadores e o *dealer* (aquele que representa o cassino recebendo as fichas, controlando-as, pagando os vencedores e guardando as do cassino) colocam suas apostas, que são feitas com as fichas no círculo de apostas.

Em seguida, o *dealer* distribui duas cartas para cada jogador e por último para ele, que mostra uma e tampa a outra. O objetivo é completar a soma 21 com as cartas da mão, embora haja outras possibilidades de se ganhar o jogo sem obter a soma 21.

Logo após receber suas duas cartas, os jogadores podem pedir para dobrar as apostas. Isso geralmente acontece quando se tem boa chance de ganhar com as duas cartas na mão ou de ganhar com a terceira carta que poderá ser solicitada ao *dealer*.

Caso nenhum jogador tenha completado a soma 21, o *dealer* pode distribuir a terceira carta para os jogadores que a solicitaram. O *dealer* mostra sua segunda carta e pode distribuir a quarta carta para quem a solicitou, caso nenhum jogador tenha completado a soma 21.

Após ser distribuída a quarta carta para os jogadores que a solicitaram, todos os jogadores devem mostrar suas cartas. Faz-se a soma das cartas de cada jogador e conclui-se então o (s) ganhador (es) da rodada.

Se um ou mais jogadores completarem 21 pontos e o *dealer* também, cada jogador recebe de volta sua aposta mais ½ dela. O(s) jogador (es) que tiver(em) sua soma maior ou menor que 21 perde(m) sua(s) aposta(s) para o *dealer*.

Se um ou mais jogadores completarem 21 pontos e o *dealer* não, cada jogador recebe de volta a sua aposta mais o dobro dela, e o (s) jogador (es) que tiverem sua soma maior ou menor que 21 perde(m) sua aposta para o *dealer*.

No caso de nenhum jogador e nem o *dealer* completarem 21 pontos, ganha (m) o (s) jogador (es) que chegar (em) mais próximo da soma 21, recebendo então de volta sua(s) aposta(s) mais metade dela(s). O (s) jogador (es) que tiverem sua soma maior(es) do que 21 ou menor(es) do que a maior soma perde(m) sua(s) aposta(s) para o *dealer*.

Para novas rodadas, o *dealer* deve recolher as cartas e embaralhá-las para recomeçar. Assim, os jogadores da mesa podem continuar ou sair do jogo.

BLACKJACK

Para este jogo, que no Brasil é chamado de Vinte-e-um, o baralho é constituído de 52 cartas, repartidas em quatro naipes (que não influenciam o valor das cartas). As cartas têm os seguintes valores, explicitados a seguir:

- **Às**: a esta carta será atribuído o valor 11 se estiver acompanhada do **10** ou do **Valete (J), Dama (Q) ou Rei (K)**, e valor 1 acompanhando as demais cartas (Ex.: Às+2=3; Às+10=21; Às+Q=21);
- **2 a 10**: a estas cartas são atribuídas os valores correspondentes;
- **Valete (J), Dama (Q), Rei (K)**: a estas cartas é atribuído o valor 10.

Antes do início do jogo, os jogadores adquirem suas fichas no caixa do cassino. Para dar início os jogadores e o *dealer* (aquele que representa o cassino recebendo as fichas, controlando-as, pagando os vencedores e guardando as do cassino) colocam suas apostas, que são feitas com as fichas no círculo de apostas.

Em seguida, o *dealer* distribui duas cartas para cada jogador e por último para ele, que mostra uma e tampa a outra. O objetivo é completar a soma 21 com as cartas da mão, embora haja outras possibilidades de se ganhar o jogo sem obter a soma 21.

Logo após receber suas duas cartas, os jogadores podem pedir para dobrar as apostas. Isso geralmente acontece quando se tem boa chance de ganhar com as duas cartas na mão ou de ganhar com a terceira carta que poderá ser solicitada ao *dealer*.

Caso nenhum jogador tenha completado a soma 21, o *dealer* pode distribuir a terceira carta para os jogadores que a solicitaram. O *dealer* mostra sua segunda carta e

pode distribuir a quarta carta para quem a solicitou, caso nenhum jogador tenha completado a soma 21.

Após ser distribuída a quarta carta para os jogadores que a solicitaram, todos os jogadores devem mostrar suas cartas. Faz-se a soma das cartas de cada jogador e conclui-se então o (s) ganhador (es) da rodada.

Se um ou mais jogadores completarem 21 pontos e o *dealer* também, cada jogador recebe de volta sua aposta mais $\frac{1}{2}$ dela. O(s) jogador (es) que tiver(em) sua soma maior ou menor que 21 perde(m) sua(s) aposta(s) para o *dealer*.

Se um ou mais jogadores completarem 21 pontos e o *dealer* não, cada jogador recebe de volta a sua aposta mais o dobro dela, e o (s) jogador (es) que tiverem sua soma maior ou menor que 21 perde(m) sua aposta para o *dealer*.

No caso de nenhum jogador e nem o *dealer* completarem 21 pontos, ganha (m) o (s) jogador (es) que chegar (em) mais próximo da soma 21, recebendo então de volta sua(s) aposta(s) mais metade dela(s). O (s) jogador (es) que tiverem sua soma maior(es) do que 21 ou menor(es) do que a maior soma perde(m) sua(s) aposta(s) para o *dealer*.

Para novas rodadas, o *dealer* deve recolher as cartas e embaralhá-las para recomeçar. Assim, os jogadores da mesa podem continuar ou sair do jogo.