

Mestrado Profissional em Educação Matemática - Seleção 2018

Chave de Correção da Prova de Conhecimentos de Matemática

OBS: Cada questão vale 6 pontos. **Total:** 30 pontos.

1ª questão) Assinale **V** ou **F**. Caso Verdadeiro, justifique brevemente; caso Falso, basta dar um contraexemplo:

a) **(F)** A soma de dois números irracionais positivos é um número irracional

$x = 4 - \pi$, $y = 4 + \pi$ são irracionais positivos, mas $x + y = 8$ que é racional

b) **(V)** O produto de dois números racionais distintos é um número racional

$x = a/b$ (com $b \neq 0$), $y = c/d$ (com $d \neq 0$) racionais distintos; então $x \cdot y = a.c/b.d$ (com $b.d \neq 0$) também é racional

c) **(F)** O quadrado de um número irracional é um número racional

$x = \pi$ é irracional e $x^2 = \pi^2$ também é irracional

2ª questão) Resolva as seguintes equações, explicitando os principais passos:

a) $x + 2x + 3x + \dots + 100x = 5050$

Note que o 1º membro é a soma dos 100 primeiros termos de uma PA com $a_1 = x$, $r = x$ e $a_{100} = 100x$, cuja soma é $[(x + 100x) \cdot 100/2] = 5050x$

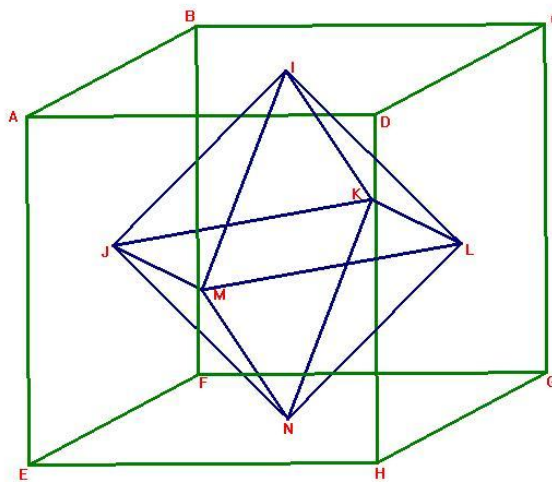
Logo, temos que: $5050x = 5050 \rightarrow x = 1$

b) $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \dots = 3$

Note que o 1º membro é a soma infinita dos termos de uma PG com $a_1 = x$ e $q = 1/3$, cuja soma é $[x/(1 - 1/3)] = 3x/2$

Logo, temos que: $(3x/2) = 3 \rightarrow x = 2$

3ª questão) Os segmentos de reta que unem os pontos centrais das faces adjacentes de um cubo determinam um octaedro regular, como mostra a figura a seguir:



Se a aresta do cubo mede a , mostre que o volume do octaedro é $a^3 / 6$.

Note que o octaedro pode ser decomposto em 2 pirâmides de base quadrada (cujo lado é $a\sqrt{2}/2$) e de altura $a/2$. Logo, seu volume é: $2 \cdot (1/3) \cdot (a\sqrt{2}/2)^2 \cdot (a/2) = a^3 / 6$

4ª Questão) Considere o polinômio $P(x) = x^4 - 1$. Pede-se:

a) Verifique que $x = 1$ e $x = -1$ são raízes de $P(x)$; $P(1) = P(-1) = 0$

b) Encontre as demais raízes.

Fatorando, temos: $x^4 - 1 = (x^2 - 1) \cdot (x^2 + 1)$. Logo, as demais raízes são i e $-i$

5ª questão) Considere a circunferência $\lambda: x^2 + y^2 = 4$ e a reta $s: y = x$. Pede-se:

a) Obtenha os pontos P e Q de interseção entre os gráficos de λ e s ;

Resolvendo o sistema, obtemos: $x = \pm\sqrt{2}$. Logo: $P(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ e $Q(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

b) Esboce os gráficos de λ e s num mesmo sistema cartesiano, destacando P e Q .

λ : Circunferência de $C(0,0)$ e $r = 2$; s : reta **bissetriz** dos quadrantes ímpares